

## 波浪效應對近水面潛艇操縱性能之影響

郭怡靜\*<sup>1</sup> 方銘川\*\* 林佳緯\* 蘇儀萱\*

\*海軍造船發展中心

\*\*國立成功大學 系統及船舶機電工程學系

關鍵詞：潛艇、X型舵、近水面操縱、波浪

### 摘要

本研究旨在探討波浪效應對近水面潛艇操縱性能的影響。以潛艇六自由度標準運動方程式為基礎，加入近水面吸力及波浪力之計算，並利用升力面理論推導X型舵之翼面力，將潛艇的時程模擬程式延伸，應用於具X型舵潛艇，並針對潛艇於波浪中靠近水面的航行狀況進行模擬。本研究使用之時程模擬程式採用四階Runge-Kutta數值方法，以迭代計算的方式模擬潛艇隨時間的運動及姿態變化。在自動控制方面，則是以比例微分(PD)控制器來操控舵面，使潛艇於呼吸管深度執行不同波況規則波中的各項操作，包括直線航行、迴旋圈試驗，以及由深潛上浮至目標深度等操控。透過分析潛艇的軌跡、運動變化和操舵情況，可以了解不同波向及海況對潛艇操縱性能的影響，提供未來潛艇設計和操作的參考。

<sup>1</sup> 聯絡作者 郭怡靜(P16114145@gs.ncku.edu.tw)

## 前言

潛艇在海洋作戰中扮演著重要的角色，是多國軍事發展研究的重點項目。為了滿足作戰需求和戰術考量，潛艇需要在接近水面的位置進行活動，例如潛望鏡深度和呼吸管深度。在近水面狀態下，潛艇需要保持一定的操縱性能，以確保操作人員能夠有效地掌控潛艇的運動，進行必要的作戰行動。為了追求更高的穩定性和操縱能力，許多潛艇設計開始採用X型的艙舵配置。

X型舵與傳統的十字舵不同，X型舵的四個舵面皆可獨立作動，並且同時參與潛艇橫向與縱向的操縱。因此在舵面積相同的情況下，X型舵具有更高的舵效，但其控制系統相對複雜，使潛艇在操縱上較為困難。目前的潛艇操縱性能研究大多假設潛艇航行於寬廣海域，忽略波浪等外力以簡化數學模型。然而，潛艇在呼吸管深度航行時，必然會受到波浪效應的影響。

因此，本研究將X型舵潛艇之操縱模擬程式加以延伸，利用二維截片理論計算近水面吸力及波浪力，並將這些影響納入潛艇的六度運動方程式中，以模擬潛艇在呼吸管深度隨時間的姿態與軌跡變化。目的在於探討波浪效應對近水面潛艇操縱性能的影響。

## 潛艇運動之數學模型

### 1. 座標系統

本文使用兩種座標系統描述潛艇的運動，分別是大地座標系及船體座標系。其中大地座標系O-XYZ固定於平靜水面；船體座標系o-xyz則以潛艇重心為原點，隨著船體運動而變化，而xyz分別代表潛艇的縱向、橫向及垂向座標軸。值得注意的是，在兩個座標系中，Z軸和z軸皆是向下為正。

### 2. 潛艇六自由度運動方程式

潛艇所受之外力或外力矩，等同於流體產生之合力及合力矩，可以使用流體動力係數來表示。本文以Gertler & Hagen[8]發表之潛艇標準六自由度運動方程式為基礎，另利用升力面理論計算X型舵之作用力(許易凱[1])，並加入近水面吸力(余文欣[2])以及波浪力(Kim[9])的影響。各自由度運動方程式如下式(1)~式(6)：

#### (1) 縱移運動方程式(surge)

$$\begin{aligned} m[\dot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + Z_G(pr + \dot{q})] \\ = \frac{1}{2}\rho L^4 [X'_{qq}q^2 + X'_{rr}r^2 + X'_{rp}rp] \\ + \frac{1}{2}\rho L^3 [X'_u\dot{u} + X'_{vr}vr + X'_{wq}wq] \\ + \frac{1}{2}\rho L^3 [X'_u\dot{u} + X'_{vr}vr + X'_{wq}wq] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + \frac{1}{2}\rho L^2 [X'_{uu}u^2 + X'_{vv}v^2 + X'_{ww}w^2 + X'_{\delta_B\delta_B}u^2\delta_B^2] \\ + \frac{1}{2}\rho L^2 [a_i u^2 + b_i uu_c + c_i u_c^2] - (W - B)\sin\theta \\ + \frac{1}{2}\rho L^2 [a_i u^2 + b_i uu_c + c_i u_c^2] - (W - B)\sin\theta \\ + \frac{1}{2}\rho L^2 [X'_{vv\eta}v^2 + X'_{ww\eta}w^2 + X'_{\delta_R\delta_R\eta}\delta_R^2u^2 + \\ X'_{\delta_s\delta_s\eta}\delta_s^2u^2](\eta - 1) \\ + \frac{1}{2}\rho L^2 [X'_{vv\eta}v^2 + X'_{ww\eta}w^2 + X'_{\delta_R\delta_R\eta}\delta_R^2u^2 + \\ X'_{\delta_s\delta_s\eta}\delta_s^2u^2](\eta - 1) \\ + X_{\delta_1} + X_{\delta_2} + X_{\delta_3} + X_{\delta_4} \end{aligned}$$

#### (2) 橫移運動方程式(sway)

$$\begin{aligned} m[\dot{v} + ur - wp + x_G(pq + \dot{r}) - y_G(p^2 + r^2) + z_G(qr - \dot{p})] \\ = \frac{1}{2}\rho L^4 [Y'_r\dot{r} + Y'_p\dot{p} + Y'_{|p|}p |p| + Y'_{pq}pq + Y'_{qr}qr] \\ + \frac{1}{2}\rho L^3 [Y'_v\dot{v} + Y'_{vq}vq + Y'_{wp}wp + Y'_{wr}wr] \\ + \frac{1}{2}\rho L^3 \left[ Y'_r ur + Y'_p up + Y'_{|r|} \frac{v}{|v|} \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| |r| \right] \\ + \frac{1}{2}\rho L^2 \left[ Y'_s u^2 + Y'_v uv + Y'_{|v|} v \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| + Y'_{vw} vw \right] \\ + (W - B) \cos\theta \sin\phi \\ + \frac{1}{2}\rho L^3 Y'_{r\eta} ur (\eta - 1) \\ + \frac{1}{2}\rho L^2 \left[ Y'_{v\eta} uv + Y'_{|v|\eta} v \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| \right] (\eta - 1) + WF_s \\ + \frac{1}{2}\rho L^2 \left[ Y'_{v\eta} uv + Y'_{|v|\eta} v \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| \right] (\eta - 1) + WF_s \\ + Y_{\delta_1} + Y_{\delta_2} + Y_{\delta_3} + Y_{\delta_4} \end{aligned}$$

#### (3) 起伏運動方程式(heave)

$$\begin{aligned}
 & m[\dot{w} - uq + vp + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p}) - z_G(p^2 + q^2)] + \frac{1}{2}\rho L^4 [K'_{\dot{p}}up + K'_{\dot{r}}ur + K'_{\dot{v}}\dot{v} + K'_{vq}vq + K'_{wp}wp + K'_{wr}wr] \\
 & = \frac{1}{2}\rho L^4 [Z'_{\dot{q}}\dot{q} + Z'_{pp}p^2 + Z'_{rr}r^2 + Z'_{rp}rp] + \frac{1}{2}\rho L^3 [K'_{*u}u^2 + K'_{*v}uv + K'_{v|v|}v \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| + K'_{vw}vw] \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^3 [Z'_{\dot{w}}\dot{w} + Z'_{vr}vr + Z'_{vp}vp + Z'_{q}uq] + (y_G W - y_B B) \cos \theta \cos \phi - (z_G W - z_B B) \cos \theta \sin \phi \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^3 \left[ Z'_{w|q|} \frac{w}{|w|} \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| |q| \right] + \frac{1}{2}\rho L^3 K'_{*\eta} u^2 (\eta - 1) + W F_R \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^2 \left[ Z'_{*u} u^2 + Z'_{uw} uw + Z'_{w|w|} w \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| \right] + \frac{1}{2}\rho L^3 K'_{*\eta} u^2 (\eta - 1) + W F_R \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^2 \left[ Z'_{|w|u|w|} |u|w| + Z'_{ww} w \left| w(v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| \right] + Y_{\delta_1} \cdot z_c + Z_{\delta_1} \cdot y_c + Y_{\delta_2} \cdot z_c - Z_{\delta_2} \cdot y_c \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^2 [Z'_{vv}v^2 + Z'_{\delta_B}u^2\delta_B] + (W - B) \cos \theta \cos \phi - Y_{\delta_2} \cdot z_c - Z_{\delta_2} \cdot y_c - Y_{\delta_4} \cdot z_c + Z_{\delta_4} \cdot y_c \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^2 [Z'_{vv}v^2 + Z'_{\delta_B}u^2\delta_B] + (W - B) \cos \theta \cos \phi \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^3 Z'_{q\eta} uq (\eta - 1) \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^2 \left[ Z'_{w\eta} uw + Z'_{w|w|\eta} w \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| \right] (\eta - 1) \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^2 \left[ Z'_{w\eta} uw + Z'_{w|w|\eta} w \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| \right] (\eta - 1) \\
 & + F_{suction} + W F_H \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^2 \left[ Z'_{w\eta} uw + Z'_{w|w|\eta} w \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| \right] (\eta - 1) + \\
 & F_{suction} + W F_H \\
 & + Z_{\delta_1} + Z_{\delta_2} + Z_{\delta_2} + Z_{\delta_4} \\
 & \text{(4) 橫搖運動方程式(roll)} \\
 & I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr - (\dot{r} + pq)I_{zx} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} \\
 & - m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp + ur)] \\
 & = \frac{1}{2}\rho L^5 [K'_{\dot{p}}\dot{p} + K'_{\dot{r}}\dot{r} + K'_{qr}qr + K'_{pq}pq + K'_{p|p|}p|p|] \\
 & \text{(5) 縱搖運動方程式(pitch)} \\
 & I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz} \\
 & - m[x_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{u} - vr + wq)] \\
 & = \frac{1}{2}\rho L^5 [M'_{\dot{q}}\dot{q} + M'_{pp}p^2 + M'_{rr}r^2 + M'_{rp}rp + M'_{q|q|}q|q|] \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^4 [M'_{\dot{w}}\dot{w} + M'_{vr}vr + M'_{vp}vp] \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^4 \left[ M'_{q}uq + M'_{|w|q|} \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| q \right] \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^3 \left[ M'_{*u}u^2 + M'_{uw}uw + M'_{w|w|} w \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| \right] \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^3 \left[ M'_{|w|u|w|} |u|w| + M'_{ww} w \left| w(v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| \right] \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^3 [M'_{vv}v^2 + M'_{\delta_B}u^2\delta_B] \\
 & - (x_G W - x_B B) \cos \theta \cos \phi - (z_G W - z_B B) \sin \theta \\
 & + \frac{1}{2}\rho L^4 M'_{q\eta} uq (\eta - 1)
 \end{aligned}$$

$$+\frac{1}{2}\rho L^3 \left[ M'_{w\eta} u w + M'_{w|w|\eta} w \right] (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \left[ (\eta - 1) \right]$$

$$+M_{suction} + W F_P$$

$$+Z_{\delta_1} \cdot x_c - X_{\delta_1} \cdot z_c + Z_{\delta_2} \cdot x_c - X_{\delta_2} \cdot z_c$$

$$+Z_{\delta_1} \cdot x_c - X_{\delta_1} \cdot z_c + Z_{\delta_2} \cdot x_c - X_{\delta_2} \cdot z_c$$

$$+Z_{\delta_2} \cdot x_c + X_{\delta_2} \cdot z_c + Z_{\delta_4} \cdot x_c + X_{\delta_4} \cdot z_c$$

(6) 平擺運動方程式(yaw)

$$I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - p)I_{zx}$$

$$+m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wq)]$$

$$= \frac{1}{2}\rho L^5 [N'_{r\dot{r}}\dot{r} + N'_{p\dot{p}}\dot{p} + N'_{pq}pq + N'_{qr}qr + N'_{r|r|r}|r|]$$

$$+\frac{1}{2}\rho L^4 [N'_{v\dot{v}}\dot{v} + N'_{wr}wr + N'_{wp}wp + N'_{vq}vq]$$

$$+\frac{1}{2}\rho L^4 [N'_{p}up + N'_{r}ur + N'_{|v|r} \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} |r| \right]$$

$$+\frac{1}{2}\rho L^3 [N'_{*u}u^2 + N'_{v}uv + N'_{|v|v}|v| \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right| + N'_{vw}vw]$$

$$+(x_G W - x_B B) \cos \theta \sin \phi - (y_G W - y_B B) \sin \theta$$

$$+\frac{1}{2}\rho L^4 N'_{r\eta} ur (\eta - 1)$$

$$+\frac{1}{2}\rho L^3 [N'_{v\eta} uv + N'_{|v|\eta} v \left| (v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \right|] (\eta - 1) + W F_Y$$

$$-Y_{\delta_1} \cdot x_c - X_{\delta_1} \cdot y_c - Y_{\delta_2} \cdot x_c + X_{\delta_2} \cdot y_c$$

$$-Y_{\delta_2} \cdot x_c + X_{\delta_2} \cdot y_c - Y_{\delta_4} \cdot x_c - X_{\delta_4} \cdot y_c$$

方程式中,  $F_{suction}$  及  $M_{suction}$  分別代表潛艦在近水面因吸力效應所受之力與力矩, 而  $W F_S$ 、 $W F_H$ 、 $W F_R$ 、 $W F_P$ 、 $W F_Y$  則為作用於各自由度之波浪激盪力。  $X_{\delta}$ 、 $Y_{\delta}$ 、 $Z_{\delta}$  分別代表X型舵之舵板在縱向、橫向、垂向產生之分力,  $x_c$ 、 $y_c$ 、 $z_c$  則分別為舵壓中心至潛艇LCG之縱向、橫向、垂向距離。

### 3. X型舵之流體動力

表 1 X型舵之控制翼面效應

翼面編號	操縱方式	潛艇方向	潛艇深度
1	正舵	左迴旋	上浮
	負舵	右迴旋	下潛
2	正舵	左迴旋	下潛
	負舵	右迴旋	上浮
3	正舵	右迴旋	下潛
	負舵	左迴旋	上浮
4	正舵	右迴旋	上浮
	負舵	左迴旋	下潛

本文採用升力面理論來推導X型舵舵板產生的力, 詳細推導可參考許易凱[1]。

X型舵的舵板與船身呈一夾角, 因此操舵時會同時對潛艇的運動產生方向上及深度上的影響。翼面轉動方向對潛艇運動的影響如表1所示。

控制翼面之流體動力之計算公式參考Edward V. Lewis[10], 控制翼面之x方向分力及y方向分力之通式可表示如下, 式中l、d分別代表翼面升力和翼面拖曳力。

$$X_{rudder} = l \sin \beta_R + d \cos \beta_R \quad (7)$$

$$Y_{rudder} = l \cos \beta_R - d \sin \beta_R \quad (8)$$

翼面升力和翼面拖曳力可利用經驗公式, 由無因次化之升力係數( $C_L$ )及拖曳力係數( $C_D$ )求得。本文參考Whicker, et. al [11]公式。如下式(9)~式(12)所示:

$$C_L = \frac{l}{\frac{1}{2}\rho A u^2} \quad (9)$$

$$C_D = \frac{d}{\frac{1}{2}\rho A u^2} \quad (10)$$

$$C_L = \left[ \frac{a_0 a_e}{\cos \Lambda \sqrt{\frac{a_e^2}{\cos^4 \Lambda} + 4} + \frac{57.3 a_0}{\pi}} \right] \alpha + \frac{C_{Dc}}{a_e} \left( \frac{\alpha}{57.3} \right)^2 \quad (11)$$

$$C_D = C_{d0} + \frac{C_L^2}{\pi a_e e} \quad (12)$$

其中, A為舵面積大小, u為前進速度,  $a_0$ 為從實驗觀察得出的區段升力曲線斜率,  $a_e$ 為有效展弦比,  $\Lambda$ 為四分之一弦掃角,  $C_{Dc}$ 為交互拖曳流係數(受到尖端形狀及尖端和根部比例影響, 可由風洞實驗中求得),  $C_{d0}$ 為最小區域拖曳係數,  $a_e$ 為有效展弦比, e為Oswald有效係數,  $\alpha$ 為攻角。攻角計算公式如下式(13):

$$\alpha = \delta_a - \beta_R = \delta_a - \tan^{-1} \left( \frac{v_R}{u_{nr}} \right) \quad (13)$$

其中,  $\delta_R$  為漂流角,  $\delta_a$   $\delta_a$  為舵角,  $v_R$  為區域側向流速度,  $u_{ar}$  為軸向流速度。

X型舵各舵板 $\delta_1$ 至 $\delta_4$ 對六度運動之分力與力矩可參閱許易凱[1]中推導之公式。

#### 4. 潛艇近水面之吸力效應

本文參考余致欣[2]之方法, 將潛艇周圍有效影響吸力的區域, 沿船身縱向(x軸)切成數個截片, 扣除潛艇本身的形狀後可得流體截面, 根據流量連續條件及柏努利定律, 即可求出各截片之流體動壓力。

假設 $A_1$ 、 $V_1$ 分別為初始入流的流體截面面積及入流流速,  $A_n$ 、 $V_n$ 代表第n個截片的流體面積和速度, 則第n個截片流體動壓力 $P_n$ 如下式(14)。

$$\Delta P_n = \frac{1}{2} \rho (V_1^2 - V_n^2) = \frac{1}{2} \rho V_1^2 \left[ 1 - \left( \frac{A_1}{A_n} \right)^2 \right] \quad (14)$$

以截片理論(strip theory)為基礎, 假設每一截片為二維流場, 忽略沿船長方向(x軸)流體間的互相干擾, 將各截片的運算結果沿船體積分, 即可求得全船所受之垂向吸力及吸力矩。

$$F_{suction} = \int_0^n (\Delta P_n \cdot y_n) dx \quad (15)$$

$$M_{suction} = \int_0^n (\Delta P_n \cdot y_n) \cdot x_n dx \quad (16)$$

其中 $y_n$ 代表第n截片y方向之最大寬度,  $x_n$ 為第n截片在x方向以縱向浮心位置為支點之力臂。

#### 5. 波浪影響

##### 5.1 基本假設

本文假設潛艇所處之流場為無黏性、非旋性、不可壓縮並忽略表面張力之理想流體, 且假設潛艇受到微小振幅之入射波作用後立即達到穩定狀態, 即潛艇運動頻率相同於入射波遭遇頻率。假設潛艇以速度 $U$ 航行於無限水深之規則波中, 令入射波波向為 $\mu$ , 入射波頻為 $\omega_0$ , 則入射波之方程式為:

$$h = a e^{i(\nu_0 x \cos \mu + \nu_0 y \sin \mu - \omega t)} \quad (17)$$

上式中,  $a$ 為入射波之波幅,  $\nu_0$ 為入射波數,  $\omega$ 為遭遇頻率,  $g$ 為重力加速度。

依據Haskind[12][13]的理論, 當入射波振幅小且船體運動量不大時, 其合成之速度勢的表示如下式(18)。

$$\phi(x, y, z) = \phi_I(x, y, z) + \phi_D(x, y, z) + \sum_{j=1}^6 \zeta_j \phi_j(x, y, z) \quad (18)$$

其中 $\phi(x, y, z)$   $\phi(x, y, z)$ 為入射波作用於潛艇產生之合成速度勢,  $\phi_I(x, y, z)$   $\phi_I(x, y, z)$ 、 $\phi_D(x, y, z)$   $\phi_D(x, y, z)$ 分別代表入射波及繞射波的速度勢,  $\phi_j(x, y, z)$   $\phi_j(x, y, z)$ 則代表第j個自由度知單位運動量所引起之輻射速度勢,  $\zeta_j$   $\zeta_j$ 則為第j個自由度的運動量。

##### 5.2 邊界條件

5.1中提到的合成速度勢 $\Phi$ 必須滿足以下邊界條件:

###### (1) 統御方程式

在潛艇周圍流場為理想流體的假設下滿足拉普拉斯方程式(Laplace Equation), 如下式(19)。

$$\nabla^2 \Phi(x, y, z, t) = 0 \quad (19)$$

###### (2) 邊界值問題

###### i. 線性化自由表面條件:

$$\left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial z} + U \frac{\partial}{\partial x} \right\}^2 \Phi + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = 0 \quad (20)$$

###### ii. 底部條件

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = \infty \quad (21)$$

###### iii. 輻射條件

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} \mp i \nu \Phi = 0 \quad \text{at } y = \pm \infty \quad (22)$$

###### iv. 動力邊界條件

假設潛艇為剛體, 流體質量無法穿越其表面, 即流體質點在表面的法向速度等於物體的相應速度。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = v_n \quad \text{於表面物體} \quad (23)$$

因 $\Phi_I$   $\Phi_I$ 及 $\Phi_D$   $\Phi_D$ 屬於耐海性中之繞射問題, 因此表面動力邊界條件可改寫成:

$$\frac{\partial \Phi_D}{\partial n} = - \frac{\partial \Phi_I}{\partial n} \quad (24)$$

$\Phi_R$   $\Phi_R$ 則屬於輻射問題, 其動力邊界條件如下式所示:

$$\frac{\partial \Phi_R}{\partial n} = v_n \quad (25)$$

### 5.3 波浪激盪力

綜合基本假設及邊界值問題可知，船舶耐海性研究大致可分為繞射(Diffraction)問題及輻射(Radiation)問題，其中繞射波探討固定之船體受入射波作用所產生之繞射波影響，而輻射問題則探討船體在自由液面處做穩定週期運動所產生之輻射波影響。因潛艇一般航行於水下，相較於穩態流之附加質量及阻尼係數，波浪之附加質量及阻尼係數影響較小，因此本文為了計算方便予以省略，只考慮影響較大之波浪激盪力。

本文視潛艇為一細長體，並採用截片理論計算波浪力，因此波浪繞射對縱移方向運動影響較小，程式計算時將該項予以忽略。相關波浪激盪數學式如下式(26)。

$$WF_i(x, y, z) = -\rho \iint_S \left( i\omega - U \frac{\partial}{\partial x} \right) (\phi_I + \phi_D) n_i dS \quad (26)$$

其中 $WF_i$ 為第 $i$ 個自由度之波浪激盪力。

### 潛艇自動控制及數值方法

#### 1. 直線航行

本文假設X型舵的四個控制翼面與潛艇之間的夾角皆為45度，且面積皆相同，針對潛艇的航向及深度

分別設計兩個PD控制器( $\delta_Y, \delta_Z$ )來組成X型舵的舵令。X型舵之四個舵角如下式(27)所示：

$$\begin{aligned} \delta_1 &= -\delta_Y - \delta_Z \\ \delta_2 &= -\delta_Y + \delta_Z \\ \delta_3 &= \delta_Y + \delta_Z \\ \delta_4 &= \delta_Y - \delta_Z \end{aligned} \quad (27)$$

其中

$$\delta_Y = K_{P1} \cdot y + K_{D1} \cdot v + K_{P2} \cdot \psi \quad (28)$$

$$\delta_Z = K_{P3}(z - z_t) + K_{D3} \cdot w + K_{P4}(\theta - \theta_d) \quad (29)$$

由於近水面吸力影響，潛艇於呼吸管航行時較難維持深度穩定。因此在深度控制上設定一誤差門檻，若潛艇深度誤差在此範圍內，只調整X型舵控制潛艇之深度。若潛艇深度超出誤差門檻，則加入艏控制翼面來輔助潛艇在垂直方向的控制：

$$\delta_B = K_{Pb3}(z - z_t) + K_{Db3} \cdot w + K_{Pb4}(\theta - \theta_d) \quad (30)$$

其中， $\theta_d$ 為期望縱搖角， $K_p$ 和 $K_p$ 分別代表比例增益值和微分增益值，下標1~4分別代表橫移誤差、平擺角度、深度誤差、縱搖角度期望值，下標b則表示該參數用於艏控制翼。

### 2. 迴旋圈試驗

本文假設迴旋圈試驗於水深21.9公尺處進行，潛艇由靜止出發，直線航行至速度達穩定(約10節)時，給予X型舵固定舵角( $\delta_c$ )做迴旋運動。

因潛艇同時受近水面吸力即波浪力影響，為使潛艇維持穩定的水平迴旋，需使用控制翼面來維持定深。本研究在模擬迴旋圈試驗時，控制艏控制翼角度( $\delta_B$ )來維持定深，其PD控制器如下式，式中， $K_{Pb3}$ 和 $K_{Pb4}$ 分別為深度誤差及期望之縱搖角度的比例增益值， $K_{Db3}$ 和分別為深度變化的微分增益值。

$$\delta_B = K_{Pb3}(z - z_t) + K_{Db3} \cdot w + K_{Pb4}(\theta - \theta_d) \quad (31)$$

### 3. 四階Runge-Kutta數值積分法

本研究選用四階Runge-Kutta法(RK4)來求解潛艇六自由度的運動，該方法在已知方程導數和初始值的情況下，以單間距積分法省去求解微分方程的複雜過程。

為了方便程式的運算，需先將潛艇的六自由度運動方程式整理成矩陣形式 $[A_{ij}][\dot{x}] = [B_i]$

$[A_{ij}][\dot{x}] = [B_i]$ ，再利用反矩陣求解六自由度之加速度，其矩陣如下式(32)所示。

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} & A_{56} \\ A_{61} & A_{62} & A_{63} & A_{64} & A_{65} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \end{bmatrix} \quad (32)$$

上述矩陣中 $A_{ij}$ 為加速度及角加速度項之係數， $B_i$ 則為運動方程式移項整理後位於等式右邊的其他係數項。經由反矩陣的運算求得各項加速度與角加速度，已知

$$\dot{x}_n = f(t, x) \quad (33)$$

由上式(33)代入四階Runge-Kutta來求出下一個瞬時之速度及角速度，計算方式如下式(34)至式(35)所示：

$$x_{n+1} = x_n + \frac{K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4}{6} \quad (34)$$

其中

$$\begin{aligned} K_1 &= \Delta t \cdot f(t_n, x_n) \\ K_2 &= \Delta t \cdot f(t_n + 0.5\Delta t, x_n + 0.5K_1 \cdot \Delta t) \\ K_3 &= \Delta t \cdot f(t_n + 0.5\Delta t, x_n + 0.5K_1 \cdot \Delta t) \\ K_4 &= \Delta t \cdot f(t_n + \Delta t, x_n + K_3 \cdot \Delta t) \end{aligned} \quad (35)$$

## 結果與討論

本章旨在探討波浪力對潛艇操縱性能的影響。本研究使用余玖欣[2]繪製之USSBN-640潛艇外型作為計算船型，並使用許易凱[1]的X型舵進行操控模擬計算。模擬實驗包括直線航行於呼吸管深度、由深潛上浮至呼吸管深度以及呼吸管深度的迴旋圈試驗。此外，為了分析波浪力對於潛艇運動的影響，本文設定了三種不同的海況，並結合不同的波向進行實驗，以評估潛艇在不同波浪環境下的操縱性能表現。

### 1. 潛艇幾何外型

本文使用余玖欣(2021)所用之潛艦船型作數值模擬，其外型參考Babaoglu[14]提供之潛艦資料加以繪製。主船殼採軸對稱設計，長寬比約1:13，帆罩則以NACA0020翼型來設計。潛艇基本尺寸如下圖1所示：

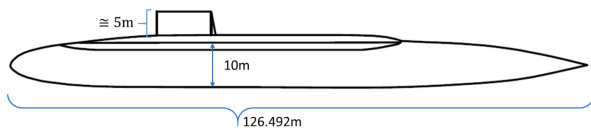


圖 1 潛艇基本尺寸

#### 1.1 X型舵基本資料

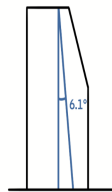


圖 2 X型舵板平面圖

本文使用之X型舵參考許易凱[1]繪製的舵板(如圖2)，並假設四個舵板外型皆相同，有效舵板面積為 $30 \text{ m}^2$ ，有效展弦比( $a_e$ )為2.123，四分之一弦掃角(sweep angle)為6.1度，翼縮比(taper ratio)為0.699。

### 2. 直線航行

直線航行將比較潛艇在不同的波況下維持航向及深度穩定的能力，本節設定潛艇於水深21.9公尺，以定速10節航行，並以自動操舵的方式維持直航狀態。各波況參考ITTC中海況3~5的有義波高及平均週期，來設定等效規則波的波幅和頻率，如下表2所示。

表 2 規則波條件設定

波況	波幅a(m)	頻率 $\omega$ (rad/s)
1	0.51	1.57
2	1.05	1.16
3	1.53	1.00

#### 2.1 呼吸管深度之直線航行

潛艇在呼吸管深度航行時，會受近水面吸力及波浪力影響而逐漸偏離航道，因此須利用PD控制器來維持航向及深度。假設潛艇以穩定航速(船速10節)於呼吸管深度(21.9m)出發，分別討論在不同波幅及頻率的規則波影響下，模擬潛艇在各波向中近水面直線航行的情況，由模擬結果歸納出下列幾項分析結果：

- (1) 由潛艇的軌跡圖(圖3)和運動變化(圖4)可知，在三種波況下波向為0度或180度時，潛艇的軌跡大致和沒有波浪時相同，由此可知潛艇受順浪( $\mu=180^\circ$ )或頂浪( $\mu=0^\circ$ )的影響不大。
- (2) 由深度軌跡圖(圖3)可知，當波向為90度時，潛艇的起伏變化較大。其中在波況2及波況3且波向為90度時，潛艇雖能維持在某深度穩定航行，但無法精準控制在呼吸管深度。
- (3) 從舵角變化圖(圖5~7)可知，舵角會隨時間週期性的變化，其震盪週期取決於控制系統的特性。波向為0度或180度時(圖5)，X型舵之舵角大約維持在4~6度，主要用來抵抗近水面吸力；在相同波況但波向為90度時，波浪對潛艇的作用力非常顯著並導致潛艇下潛，因此需要更大的舵角以及艏控制翼(bow plane)的操控來使潛艇上浮。如圖6及圖7，可以看到在波向為90度時，艏控制翼面的角度約為5度左右，X型舵的舵角則在10度到20度之間，且舵面的轉動方向和波向為0度或180度時完全相反，因為橫浪中潛艇下潛的現象會使吸力效應變小，此時波浪力影響遠大於近水面吸力。
- (4) 波況3的結果圖(圖8至圖10)呈現了潛艇在較劇烈的波浪條件中的操縱情形，其中在順浪及頂浪的情況下，潛艇的運動軌跡和舵角反應都和波況2的結果相似。當波向為90度時，潛艇受更大的波浪力影響，無法如期控制在指定深度，由舵角變化圖可見，即使在艏控制翼和舵舵都快達到最大舵角的情況下，潛艇仍無法上浮到呼吸管深度。

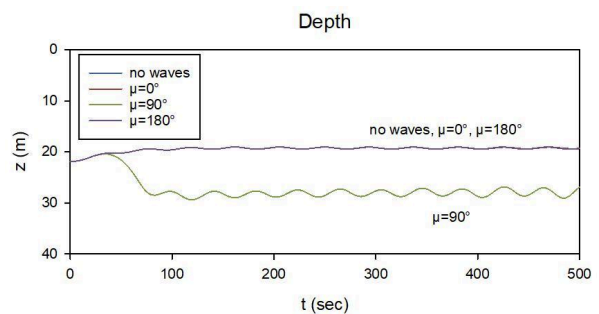


圖 3 直線航行之深度變化(波況2)

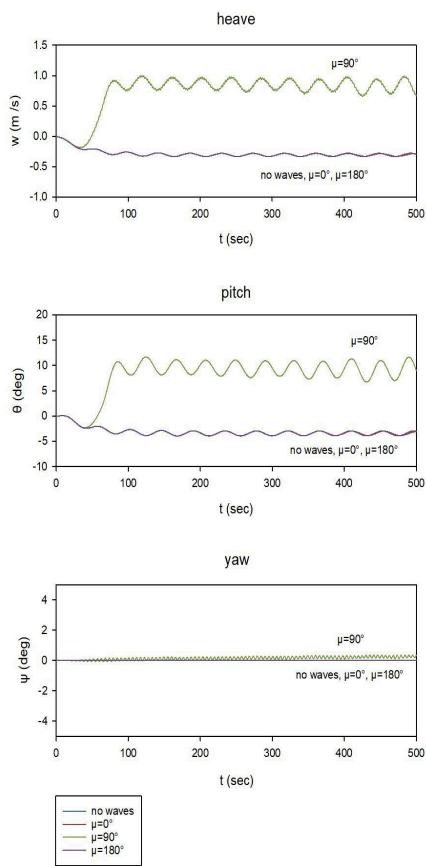


圖 4 直線航行之運動變化(波況2)

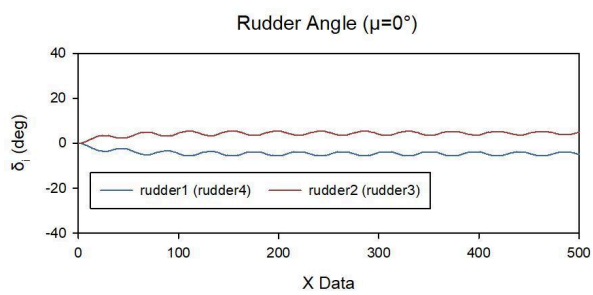


圖 5 波向為0度時X型舵舵角變化(波況2)

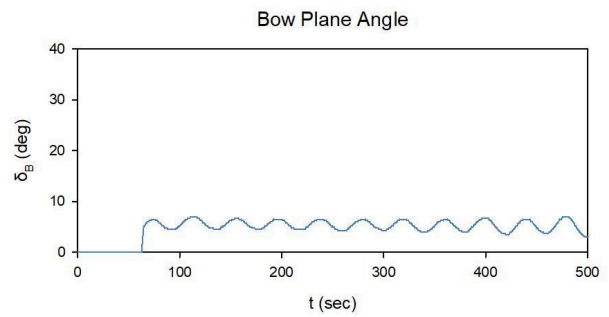


圖 6 波向為90度時艏控制翼角度變化(波況2)

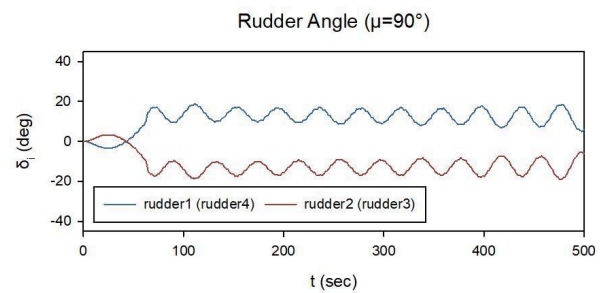


圖 7 波向為90度時X型舵舵角變化(波況2)

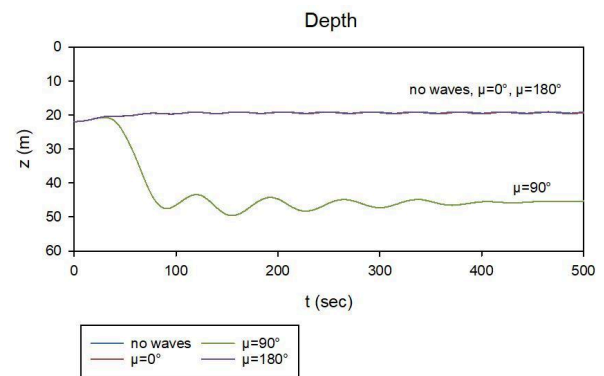


圖 8 直線航行之深度變化(波況3)

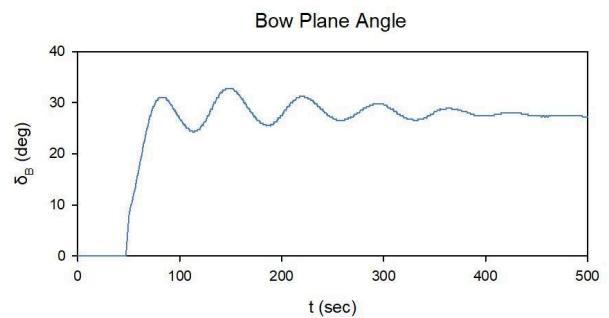


圖 9 波向為90度時艏控制翼角度變化(波況3)



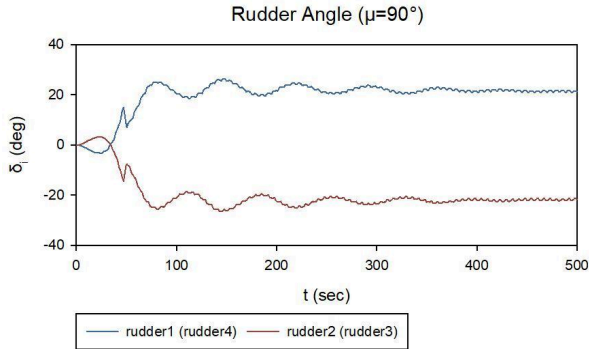


圖 10 波向為90度時X舵舵角變化(波況3)

## 2.2 由深潛上浮

本節模擬潛艇以穩定航速(10節)由水深150公尺上浮至呼吸管深度(21.9公尺), 模擬時間為700秒。本節討論在波況2 ( $a=1.05\text{m}$ ,  $\omega=1.05\text{rad/sec}$ )的情況下, 潛艇在各波向中由深潛狀態上浮至呼吸管深度的直線模擬, 其軌跡、運動分析及控制翼角度變化, 可歸納出下列幾項分析結果:

- (1) 由潛艇的深度軌跡圖(圖11)可知, 在潛艇剛到達呼吸管深度時, 會有較大幅度的起伏。波向為0度或180度時, 能透過控制使潛艇深度穩定於20公尺。波向為90度時, 潛艇深度只能維持在30~40公尺之間來回震盪。
- (2) 由舵角變化圖(圖12)可知, 波向為0度或180度時, 因近水面時會出現吸力影響, 潛艇之縱搖期望角由向上轉為向下, 因此舵角會有正負號的轉變。而波向為90度時, 和圖5-6之結果相似, 潛艇受波浪力影響, 無法有效控制呼吸管深度。

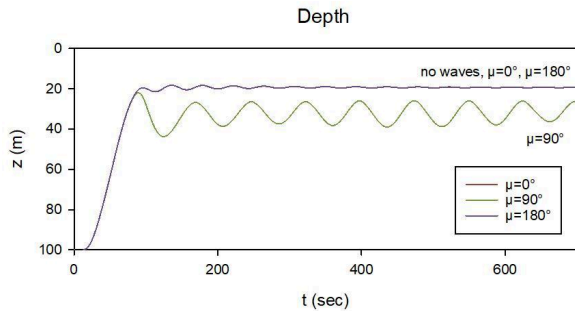


圖 11 深潛上浮之深度變化(波況2)

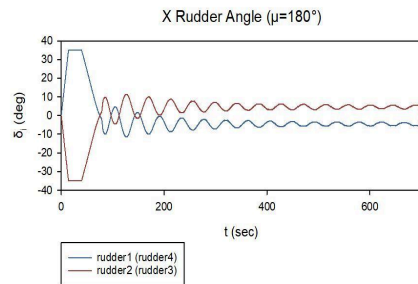
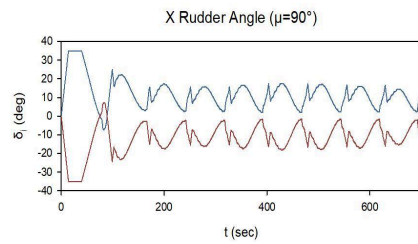
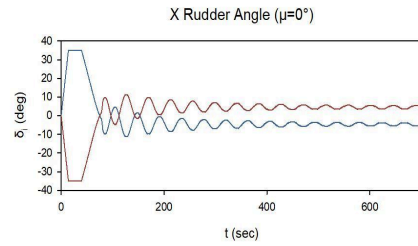


圖 12 深潛上浮之X舵舵角變化(波況2)

## 3. 迴旋圈試驗

迴旋圈試驗中, 潛艇由靜止出發, 直線航行700秒後, 給予艏舵固定舵角(10度)進行右迴旋, 艏控制翼的角度則由PD控制器決定, 以維持定深。本節將比較潛艇在各波況下的迴旋性能, 由於潛艇在迴旋過程中會遭遇各個方向來的波浪, 因此本節將省略波向這項的變因, 並假設初始規則波之波向皆為 $180^\circ$ , 波幅及頻率則如表2所示。

根據各項指標數值及模擬過程中潛艇軌跡和控制翼面角度的變化, 歸納出下列幾項分析結果:

- (1) 如圖13之X-Y平面軌跡圖, 潛艇在三種波況中的迴旋能力都和沒有波浪時的結果差異不大, 其迴旋指標數值也很相近, 如表3, 而前進距離、橫距和戰術直徑會隨波浪強度稍微增加。
- (2) 圖14為潛艇之深度變化, 圖中顯示潛艇在不同強度的波浪中迴旋時的深度控制能力, 可以看出潛艇在波幅越大、波頻越小的波浪中, 深度變化越大。

(3) 由潛艇的深度變化以及艏控制翼舵角(圖15)可見, 當潛艇開始轉向時會有下潛的現象, 透過PD控制調整艏控制翼面可使深度逐漸穩定, 且穩定迴旋後的深度比直線航行時更接近呼吸管深度。此外, 在潛艇前進方向和波浪行進方向垂直時(90度、270度...), 深度誤差最大, 此結果可以與直線航行的模擬結果相呼應。

表 3 迴旋圈試驗指標數值

指標數值	前進距離 (advance) (unit: m)	橫距 (transfer) (unit: m)	戰術直徑 (tactical diameter) (unit: m)	穩定速度 (steady speed) (unit: m/s <sup>2</sup> )	迴旋時間 (time) (unit: sec)
無波浪	470.28	353.51	783.38	4.31	1552.0
波況1	470.32	353.94	783.43	4.31	1552.0
波況2	469.99	354.00	783.54	4.32	1551.5
波況3	473.51	362.15	788.90	4.32	1548.8

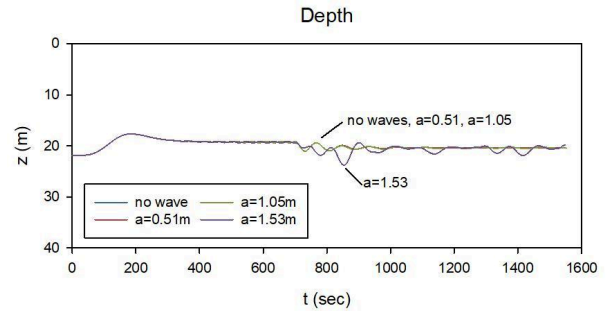


圖 14 迴旋圈試驗之深度變化

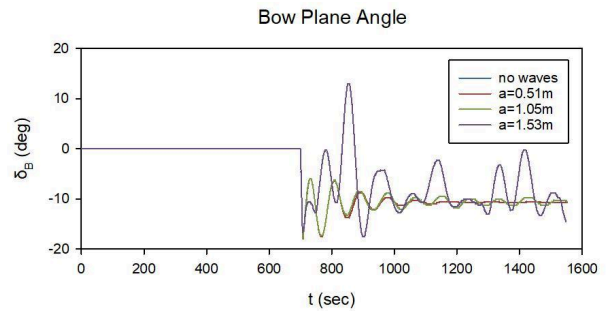


圖 15 迴旋圈試驗之艏控制翼角度變化

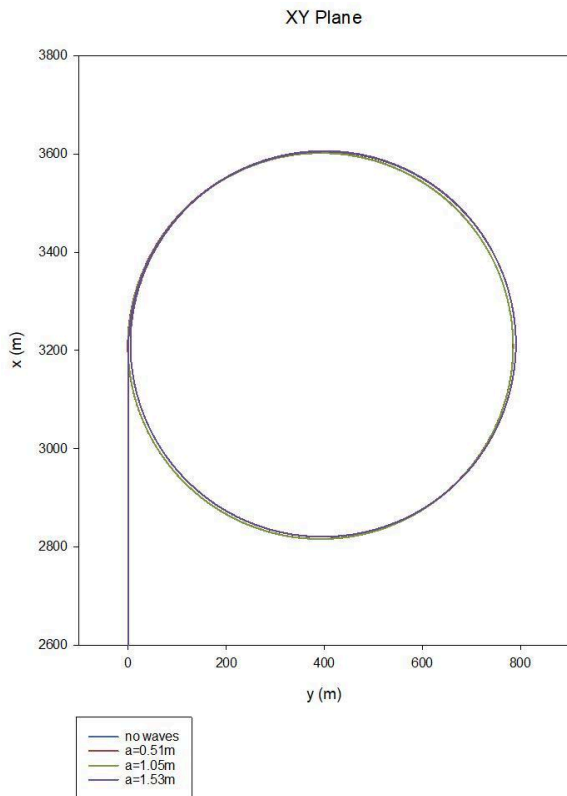


圖 13 迴旋圈試驗之xy平面軌跡

## 結論與未來展望

本研究的主要目的在於探討波浪對潛艇近水面操縱性的影響, 並研究X型舵對潛艇運動操控的可行性作相關的分析。本研究模擬潛艇在不同波浪條件下的直線航行、深潛上浮和迴旋圈試驗, 並根據模擬結果進行分析。總結本研究可得以下結論:

- (1) 本研究發展之潛艇操縱程式能夠有效模擬具X型舵之潛艇在近水面的操航結果, 並且包含了近水面吸力和波浪力對潛艇六度運動的影響。各項操縱試驗模擬結果驗證了本研究的數學模式及計算程式的合理性。
- (2) 分析直線航行結果可知, 波浪力的影響因入射角度而異。其中順浪與頂浪對潛艇的操控影響不明顯, 而橫浪則會對潛艇造成橫搖, 也不利於相關的運動操控。
- (3) 在迴旋圈試驗的模擬結果中, 顯示了不同角度的波浪對潛艇運動的影響程度。可以看到當潛艇的航向連續變化時, 在航向轉至接近90度、270度時, 波浪力會大幅增強。

總結來說, 本研究發展之操縱模擬程式能即時模擬潛艇於不同波況中的航行狀況。根據操航結果, 潛艇在特定波浪條件中無法透過艏舵及艏控制翼面有效維持定深, 除了外力本身不利於潛艇的操縱外, 也可能跟X型舵本身的設計有關(如尺寸、舵板面積...等)。以上結果可以作為X型舵在潛艇設計或實際應用上的參考。

### 參考文獻

1. 吳重雄, 黃正清, 陸磐安, 黃憲仁, 陳宏志, “駛上駛下船設計之研究”, 中船季刊, 第七卷第二期, pp. 1-96 (1984).
2. 許易凱, “X型舵應用於潛艇操縱運動之模擬”, 國立成功大學系統及船舶機電工程研究所, 碩士論文(2022)。
3. 余玟欣, “潛艦近水面之運動操縱模擬”, 國立成功大學系統及船舶機電工程研究所, 碩士論文(2021)。
4. 張培恩, 波浪對潛航器運動之影響及控制分析, 國立成功大學系統及船舶機電工程研究所, 碩士論文(2004)。
5. 張培恩, “潛艦於自由液面下受波浪影響之定深控制運動分析”, 中國造船暨輪機工程學刊(2016)。
6. 張維婷, “波浪效應對潛艇操縱性能影響之研究”, 國立成功大學系統及船舶機電工程研究所, 碩士論文(2017)。
7. 張祐鴻, “潛艦運動數學模式之建構與模擬”, 國立台灣大學工程科學及海洋工程學研究所碩士論文(2006)。
8. Gertler, Morton and Hagen, Grant R., “Standard Equations of Motion for Submarine Simulation”, (1967).
9. Kim C.H., Chou F.S., and Tein D., “Motion and hydrodynamic Load of Ship Advancing in Oblique Waves”, *Tran. SNAME*, Vol.88, pp.225-256 (1980).
10. Edward V. Lewis, “Principles of Naval Architecture volume III”, USA (1988)
11. Whicker, L. Folger, Eng., D., and Fehlner, F., “Free-Stream Characteristics of A Family of Low-Aspect-Ratio, All-Movable Control Surfaces for Application to Ship Design”, NTIS, (1958).
12. Haskind M. D., “The Oscillation of a ship in still water,” *Prikladnaya Matematika I Mekhanika*, Vol. 10, No. 1, pp.23-24 (1946), Translated by SNAME 1953, SNAME Technical and Research Bulletin No. 1-12.
13. Haskind M. D., “The hydrodynamic Theory of ship Oscillation in Rolling and Pitching,” *Bulletin de l’Academie des Sciences de l’URSS, Classes des Sciences Techniques*, No. 1, pp.23-24 (1946), Translated by SNAME 1953, SNAME Technical and Research Bulletin No. 1-12
14. Babaoglu, Orhan K., “Designing An Automatic Control System for A Submarine ”, *Naval Postgraduate School Monterey*, California, (1988).
15. Carrica, Pablo M., Kerkvliet, Maarten, Quadvlieg, Frans, Pontarelli, Matthew and Martin, J. Ezequiel “CFD Simulations and Experiments of a Maneuvering Generic Submarine and Prognosis for Simulation of Near Surface Operation”, *31st Symposium on Naval Hydrodynamics Monterey*, CA, USA, pp11-16 (2016).
16. Conway, A.S.T., Valentinis, F. and Seil, G., “Characterisation of suction effects on a submarine body operating near the free surface”, *21st Australasian Fluid Mechanics Conference*, Adelaide, Australia (2018).
17. Fang, M.C., Lee, M.L., and Lee, C.K., “Time Simulating of Water Shipping and Ship Advancing in Large Longitudinal Waves”, *Journal of Ship Research*, Vol.37, No.2, pp.126-137 (1993).
18. Feldman, J. “DTNSRDC Revised standard submarine equations of motions”, (1979).
19. Fossen, Thor I., “Guidance and Control of Ocean Vehicles”, NTNU, Norway (1994).
20. Thuné, Sebastian, “Simulation of Submarine Manoeuvring”, Royal Institute of Technology Sweden ( 2015).

# Wave Effect on the Maneuverability of Submarine near the Free Surface

*Y.J. Kuo \* M.C. Fang \*\* C. W. Lin\* I.H. Su\**

\*Naval Shipbuilding Development Center

\*\* Department of Systems and Naval Mechatronic Engineering, National Cheng Kung University

*Keywords: submarine, X-rudder, near surface maneuvering, wave effect*

## ABSTRACT

This paper focuses on the wave effects on the maneuverability of submarines near the free surface. The mathematical model used in this paper is based on the six degrees of freedom equations of motion for an X-rudder submarine. It incorporates calculations of suction force and wave force, and conducts the time domain simulation of submarine motion by using the fourth Runge-Kutta method.

To effectively maintain the depth and heading of submarine in waves, a PD control system is implemented to regulate the bow plane and X-rudder. This allows the submarine to perform various operations in waves, such as straight-line navigation, turning circle tests, and controlled ascent to a target depth. By analyzing the submarine's trajectory, motions, and rudder control situations, the study aims to comprehend the influence of different wave conditions on submarine maneuvering performance.