

# 三明治結構動態衝擊研究

黃大慈\* 陳永為\* 曾子屏\* 沈劍虹\* 張彥森\*<sup>1</sup>

\*國立臺灣海洋大學 輪機工程學系

關鍵詞：結構與振動分析、暫態分析、模態分析、有限元素法、LS-DYNA

國科會計畫編號：NSTC 112-2221-E-019-032

## 摘要

本研究旨在探討三明治結構具分子阻尼層之動態衝擊驗證。三明治結構由上下拘束層與阻尼層組成，其傳統三明治阻尼層除了芯材層還有黏貼固定的膠合層，透過兩者的組成提供足夠的阻尼降低結構振幅。對於暫態的衝擊響應，傳統薄型三明治結構並無法有效抑制其衝擊波與降低阻尼層厚度。降低振幅勢必改變其結構頻率，本研究有別於傳統設計，透過拘束層之剛性與微分子阻尼層提供結構剛性，同時分散衝擊波之波傳響應。因此，本研究將三明治結構分成拘束層、阻尼層等逐一進行分析，分別利用模擬與實驗驗證穩態下結構之動態響應，驗證微分子阻尼層對高頻響應之影響；接續利用 ANSYS LS-DYNA 模擬結構受到暫態衝擊所激發的頻率，比較其振幅，由結果顯示隨著層數增加，無論穩態與暫態衝擊的實驗結果，皆能看出振幅下降與頻率上升。此計算結果對於未來暫態衝擊研究或船體筏座設計提供工程利用之價值。

## 前言

機械設備運行損壞除了系統產生的共振，另外一外力原因造成系統損壞為瞬態衝擊。傳統上為了整體系統之穩定，設備與主結構間通常會有彈性較大的隔振機構支撐，由設備、隔振機構與基座所構成之系統稱為隔振系統。隔振系統具有三種功能：一、當機械設備是振源時，抑制設備振動與結構噪音傳遞至周遭環境；二、當震源不是機械設備時，減少環境周遭的振動和結構噪音對設備的傳遞；三、當受到較大衝擊力時，讓設備的衝擊加速度響應與衝擊力加速度響應在隔振系統的允許範圍內保護設備。

研究隔振系統的方法，最廣泛使用是建立整體隔振系統結構之有限元素模型，透過計算該結構之模態與頻率響應，並基於實驗驗證建構最佳化模型[1-4]；或以橡膠或其他材料作為設備與基座間的隔振器[5,6]進行最佳化設計之研究。而應用不同材料進行隔震系統設計，被廣泛應用於汽車、航空太空和民用建築等行業[7,8]。因此，透過設計複合結構滿足高強度、高勁度和簡單結構等優點以實現動態條件下之實際應用。

本文利用高分子材料於三明治結構設計作為減振的方式。對於結構中的阻尼層設計，國內外學者

都有相關論文持續發表中。阻尼層之相關研究最早有Kerwin[9]將拘束阻尼層應用在波動方面進行減振研究，驗證剪應變為阻尼主要機制。探討三明治結構的動態特性，以利用有限元素法分析與實驗作比較，特徵頻率驗證模型，預測實驗阻尼處理的有效性[10,11]，此方法被學者廣泛使用。針對動態衝擊對三明治結構影響之研究，則是對其進行衝擊測試，並記錄了應力、應變等相關數據與有限元模型的模擬結果進行對比，觀察時間歷時圖和損傷大小與實驗是否一致[12-14]。在Xiao等學者[15]的研究中，透過動態模擬暫態衝擊，獲得暫態衝擊所激發的頻率，並與其模態頻率對應，驗證動態模擬之正確性，建立動態模擬之驗證過程。該文獻在獲得固有頻率的同時也建立動態模擬之正確性，串聯起穩態與動態衝擊之驗證。

基於此文獻的成果，本研究將以此作為研究依據。首先，本文將與文獻[10,11]一致，通過實驗獲取各模型的特徵頻率，並建立相對應之模型以及材料參數設定。利用顯式動力學模組模擬動態衝擊，證明透過特徵值可以驗證顯式動力學之模組。最後藉由動態衝擊對結構板影響，探討三明治結構設計。此研究成果有助未來分析動態衝擊對結構板的損傷程度和影響，改進三明治結構的設計，提高其抗衝擊性能和耐久性，降低實驗成本。

<sup>1</sup> 聯絡作者 張彥森 (roubst.chang@gmail.com)

## 基本理論

本研究通過有限元素模型進行數值模擬求解結構板之特徵頻率與暫態衝擊之模擬，使用的基本理論包含模態分析及顯式動力學模組相關理論，在本節逐一說明。

### 1. 模態分析

本研究將對三明治結構進行穩態下理論分析，因此考慮線性多自由度振動系統，牛頓第二方程式為式(1)：

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \quad (1)$$

假設多自由度系統無阻尼元件，且無外力作用，如式(2)所示：

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \quad (2)$$

公式中是  $M$  質量矩陣、是  $K$  剛性矩陣、 $\ddot{x}$  是加速度向量、 $x$  加速度向量。假設系統無阻尼元件，且無外力作用。應用分離變數令位移為(3)，帶回式(2)，整理可得(4)：

$$x = ug(t) \quad (3)$$

$$Mu\ddot{g}(t) + Kug(t) = 0 \quad (4)$$

將式(4)離散，得(5)

$$\sum_{i=1}^n (M_{ij}u_j)\ddot{g}(t) + \sum_{i=1}^n (K_{ij}u_j)g(t) = 0 \quad (5)$$

分離變數上式，如下所示：

$$\frac{\ddot{g}(t)}{g(t)} = -\frac{\sum_{i=1}^n K_{ij}u_j}{\sum_{i=1}^n M_{ij}u_j} = -\lambda_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

由式(7)整理可得下兩式：

$$\ddot{g}(t) + g(t)\lambda_i = 0 \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n K_{ij}u_j - \lambda_i \sum_{i=1}^n M_{ij}u_j = 0 \Rightarrow x = \Phi\{q(t)\} \quad (8)$$

令  $\lambda_i = \omega_i^2$ ，帶入式(9)化為特徵值方程式

$$(K - \omega^2 M)u = 0 \quad (9)$$

式中  $u$  不得為 0，在此定義質量矩陣正交化之模態振型式(11)。

$$[\Phi] = [\{\phi\}_1 \ \{\phi\}_2 \ \dots \ \{\phi\}_n] \quad (10)$$

$$\{\Phi\}^T M \{\Phi\} = [I] \quad (11)$$

$$\{\Phi\}^T K \{\Phi\} = [\omega_j^2] \quad (12)$$

根據正交性，可以得知模態質量、模態剛性分別如上式(12)與式(13)所示。回到牛頓第二方程式(1)，將模態質量、模態剛性帶入，得出比例阻尼為式(13)，其中  $\alpha$  與  $\beta$  為常數。

$$C = \alpha M + \beta K = \alpha[I] + \beta[\omega_j^2] = 2\xi_j\omega_j \quad (13)$$

令系統位移響應

$$x = \Phi\{q(t)\} \quad (14)$$

其中，

$$2\xi_j\omega_j = \alpha + \beta\omega^2 \quad (15)$$

$$\xi_j = \frac{\alpha}{2\omega_j} + \frac{\beta\omega_j}{2} \quad (16)$$

經由展開定理，將上三式帶回運動方程式中，經過整理得模態座標響應式(17)

$$\ddot{q}_j(t) + 2\xi_j\omega_j\dot{q}_j(t) + \omega_j^2q_j(t) = N_j(t) \quad (17)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$q_j(t)$  之響應

$$q_j(t) = e^{-\xi_j\omega_j t} \left[ q_{0j} \cos \omega_{dj} t + \frac{\dot{q}_j + \xi_j\omega_j t}{\omega_{dj}} \sin \omega_{dj} t \right] + \int_0^t N_j(\tau) h_j(t - \tau) d\tau \quad (18)$$

其中，

$$\omega_{dj} = \omega_j \sqrt{1 - \xi_j^2} \quad (19)$$

$$h_j(t) = \frac{1}{\omega_{dj}} e^{-\xi_j\omega_j t} \sin \omega_{dj} t \quad (20)$$

### 2. 動態理論時間積分法

對於結構動態分析，本研究利用有限元素法 ANSYS LS-DYNA 分析。該軟體在進行時間積分時以顯式積分與隱式積分為主，以下將對針對兩者的計算方式與適用問題進行比對介紹。

#### 2.1 隱式積分法

隱式積分法不考慮結構阻尼與質量，在  $t + \Delta t$  時間計算位移與平均加速度：

$$u_{t+\Delta t} = [K]^{-1} F_{t+\Delta t}^a \quad (21)$$

式中， $u_{t+\Delta t}$  為  $t + \Delta t$  時間的位移向量； $[K]^{-1}$  為剛性矩陣的逆矩陣； $\{F_{t+\Delta t}^a\}$  為  $t + \Delta t$  時間的負載向量(load vector)。

當  $[K]$  為良秩且無條件穩定，在計算線性問題時，可以計算到最大時間步長。但對於非線性問題，在計算的過程中以平均加速度逼近真實加速度求解下各時刻的加速度，在求解非線性剛性矩陣  $[K]$ ，會受到迭代運算次數及非線型程度的限制，對於高度非線性問題將無法保證收斂，因此隱式積分法適合求解穩態問題。

#### 2.2 顯式積分法

顯式積分法採用中央差分法，在極短的時間內設為線性關係，在時間  $t$  求解加速度：

$$a_t = [M]^{-1} (F_t^{ext} - F_t^{int}) \quad (22)$$

式中， $F_t^{ext}$  為施加外力向量； $F_t^{int}$  為內力向量。

$$F^{int} = \sum \left( \int_{\omega} B^T \sigma_n d\Omega + F^{hg} \right) + F^{contact} \quad (23)$$

式中，等號後三項分別為當前時間作用在節點上的力、黏滯阻力以及接觸產生的力向量。

節點的速度及位移可用式(24)與式(25)獲得：

$$v_{t+\Delta t/2} = v_{t+\Delta t/2} + a_t \Delta t \quad (24)$$

$$u_{t+\Delta t} = v_t + v_{t+\Delta t/2} \Delta t \quad (25)$$

式中， $\Delta t_{t+\Delta t/2} = \frac{1}{2}(\Delta t_t + \Delta t_{t+\Delta t/2})$ 。

初始位置加上位移量即獲得最新節點位置，下式

$$x_{t+\Delta t} = x_0 + u_{t+\Delta t} \quad (26)$$

對於非線性問題，顯式積分法與隱式積分法不同的是，若時間步長足夠小，則無須考慮收斂性問題，不需要迭代求解剛性矩陣。因此顯式積分法適合解決短時間內的衝擊、碰撞、穿透等問題。

### 實驗驗證

本實驗的目的在於驗證材料參數與數值方法準確性的同時，驗證待測物的邊界條件，並探討阻尼層對結構動態特性的影響。因此將以實驗方式分為兩部分：一是頻率響應實驗，以敲擊試驗法取得待測物的頻率響應函數，並與數值模擬的結果進行對照，以獲得待測物的材料參數；二是滾珠衝擊實驗，透過滾珠碰撞的方法，得到待測物受到衝擊力之頻率函數響應，以驗證結構受到動態衝擊的特性。

#### 1. 幾何參數

三明治結構是由上下拘束層和阻尼層組成，阻尼層中除了使用芯材外，還包括黏貼固定的膠合層，透過這兩者的組合提供足夠的阻尼以降低結構的振幅。為了深入探討阻尼層對整體結構之影響，將待測物分為僅使用膠合層連接上下兩層方型鐵板的單層三明治結構板，以及加入芯材的單層三明治結構板。

在單自由度邊界條件下，將實驗分為三個部分：第一部分是藉由敲擊試驗法獲得方型鐵板之動態響應，驗證拘束層之材料參數；第二部分透過敲擊試驗法獲得單層三明治結構板之動態響應，驗證之膠合層材料參數；第三部分藉由敲擊試驗法獲得加入芯材的單層三明治結構板之動態響應，藉此了解膠合層加入芯材後之阻尼層對於整體動態特性的影響。綜上所述，本實驗共涵蓋了三個待測物，分別是方型鐵板、單層三明治結構板，以及加入芯材的單層三明治結構板，其實驗設計中所使用的材料和尺寸，如表 1 所示。

表 1 材料參數與幾何尺寸

	方形鐵板	結構膠	高分子芯材	滾珠
尺寸 (m <sup>3</sup> )	0.15×0.15×0.01	0.15×0.15×0.0002	0.15×0.15×0.0001	0.02
楊氏係數 (Pa)	2.02E+11	4.00E+08	2.08E+08	2E+11
密度 (kg/m <sup>3</sup> )	7831.4	1030	1050	7850
蒲松比 (ν)	0.3	0.47	0.3	0.3
阻尼比	0.000371	0.2557	0.165	0

#### 2. 實驗架設與流程

自由邊界條件下的頻率響應實驗，是為了驗證材料參數和探討阻尼層對結構動態特性的影響，因此在實驗架設中模擬待測物處於單自由度的邊界條件下，使用敲擊試驗法敲擊待測物中心點，透過量測中心點之位移，獲得結構之動態響應函數，實驗架設與所需設備，如圖 1 所示。

進一步暫態衝擊下的實驗驗證，暫態衝擊實驗建立在物體撞擊在固定待測物上，因此需要建立固定邊界條件下之頻率響應實驗，待測物將分別進行另外兩項實驗：一是固定邊界條件下的頻率響應實驗；二是在固定邊界條件下使用滾珠進行掉落碰撞待測物之衝擊實驗。

接著是在固定邊界條件下的頻率響應實驗，實驗架設如圖 2。使用虎鉗固定待測物，敲擊及量測位置與自由邊界條件實驗一致，獲取固定邊界條件下的實驗結果。首先，在固定邊界條件下進行碰撞衝擊實驗，由鋼珠撞擊代換成敲擊錘以模擬待測物受到衝擊之滾珠掉落衝擊實驗。實驗中滾珠從 0.01m 位置落下撞擊待測物，該實驗結果會與固定邊界條件下的頻率響應實驗相互印證。

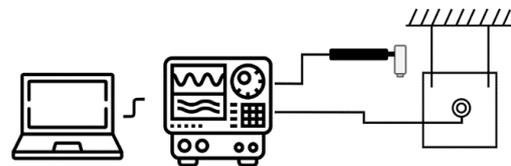


圖 1 實驗所需之設備與實驗架設圖



圖 2 固定邊界實驗架設圖

### 3. 實驗結果

在單自由邊界條件下，敲擊實驗之頻率響應結果於圖 3 呈現。首先是第一部分拘束層方形鐵板驗證，將通過敲擊量測實驗獲得方形鐵板頻率響應命名為 EX.SQ，其第一頻率峰值落於 2588Hz，振幅為  $8.3E-6m$ 。

進一步，第二部分為膠合層驗證，藉由敲擊量測實驗獲得單層三明治結構板之頻率響應，將其命名為 EX.SW1，第一頻率峰值落於 4kHz，振幅為  $1.2E-8m$ 。透過比較方形鐵板與單層三明治結構板的頻率響應，分析出隨著拘束層增加與膠合層的引入，對於整體結構動態特性呈現剛性上升及振幅衰減的趨勢。

第三部分為驗證膠合層中加入芯材後阻尼層的影響，進行敲擊量測實驗，以獲得加入芯材的單層三明治結構板之頻率響應，將其命名為 EX.SW2，第一頻率峰值落於 3kHz，振幅為  $2.6E-8m$ 。由圖 3 頻率響應之結果，可以得知單層三明治結構板無論是有無增加芯材，減振效果都優於單層拘束層。因此，這部分的實驗主要觀察在加入芯材後，相較於單層三明治結構板整體結構動態特性是否有所改變，這種改變會表現在頻率響應上。因此透過比較 EX.SW2 與之前 EX.SW1 的頻率響應，評估加入芯材對整體結構的影響。評估的結果顯示，在三明治結構中加入高分子材料層後，頻率響應的峰值頻率降低，同時振幅增加。這表示芯材的加入導致單層三明治結構板的剛性下降，同時使結構的振幅上升。這一發現表示，僅使用結構膠的結果在提高剛性和減少振動方面優於加入高分子材料層。因此，接下來的實驗與研究的目的，將集中於探索和評估使用結構膠進一步調整結構性能的可能性，以實現研究目標。

在固定邊界條件下的敲擊實驗中，同樣先以拘束層作為先行研究對象，使用虎鉗固定後進行敲擊，該實驗結果於圖 4(a)呈現。通過敲擊量測結果，方形鐵板在固定邊界下之頻率響應，第一頻率峰值落於 1034Hz，振幅為  $8.9E-7m$ 。暫態衝擊實驗，則是以同樣先以拘束層作為先行研究對象，滾珠掉落後實驗量測結果，於圖 4(b)呈現。方形鐵板在固定邊界下之頻率響應，第一頻率峰值落於 1034Hz，振幅為  $1.56m/s^2$ 。由這兩項實驗結果得知，兩項代測物在固定邊界條件下，無論是在穩態下的結構響應還是暫態衝擊下的結構響應，皆會激發該物體的特徵頻率，該結果對於後續的模擬驗證提供重要參考價值。

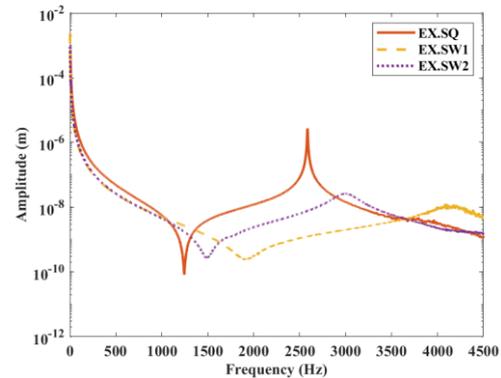


圖 3 敲擊實驗之加速度頻率響應圖

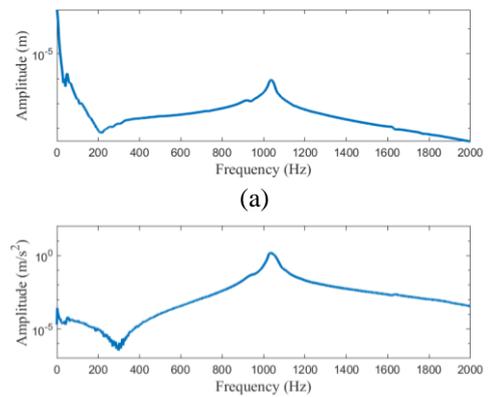


圖 4 固定邊界之頻率響應圖: (a)敲擊實驗、(b)滾珠衝擊實驗

### 數值模擬

在這一部分將討論如何建立所需的幾何模型、材料參數、以及使用有限元素分析所需的元素和網格數等，並對其進行分析，透過模態分析實驗，驗證材料參數與數值模擬準確性。

#### 1. 幾何模型之建立

首先是拘束層之方形鐵板，為了方便後續研究，將其命名為 SQ1，依據實驗的尺寸、有限元素單元、離散網格的建立相應模型。該模型長 15 公分、寬 15 公分、高 1 公分；使用有限元素單元 Shell 181，離散網格數量為 6400。離散網格模型可於圖 5(a)中查看，考慮相同材料參數如表 1 所示，與實際物體間質量相對誤差呈現於表 2。

接著當改變拘束層之厚度作為單層三明治結構板，將其命名為 SQ2，建立長 15 公分、寬 15 公分、高 2 公分之模型，使用有限元素單元 Shell 181，離散網格數量為 6400。該離散網格模型可於圖 5(b)中查看，使用材料參數與表 1 中的方形鐵板相同。

單層三明治結構板模型命名為 SW1，根據實驗的尺寸、有限元素單元、離散網格的建立相應模型。上下拘束層使用方形鐵板模型，而中間膠合層長 15 公分、寬 15 公分、高 0.02 公分，模型總長 15 公分、寬 15 公分、高 2.02 公分；使用有限元素單元 Solid 185，離散網格數量為 25600。圖 5(c)為離散過後網格示意圖，考慮相同材料參數如表 1 所示，與實際物體間質量的相對誤差呈現於表 2。

最後建立撞擊實驗與數值模擬所使用的滾珠，將其命名為 B，與實體一致建立直徑 2 公分之球體，使用有限元素單元 Solid 185，離散網格數量為 1000。圖 5(d)為離散過後網格示意圖，材料參數如表 1 所示，與實際物體間質量的相對誤差呈現於表 2。

本小節建立了方形鐵板模型(SQ1)、改變厚度方形鐵板模型(SQ2)、單層三明治結構板模型(SW1)以及滾珠模型(B)。這些模型為後續的有限元素分析提供基礎，進一步研究結構的動態特性和性能。

表 2 實際物體間質量的相對誤差(單位:kg)

	SQ1	SW1	B
Experiment	1.748	3.498	0.033
Numerical	1.762	3.528	0.033
Relative error	0.8%	0.8%	0%

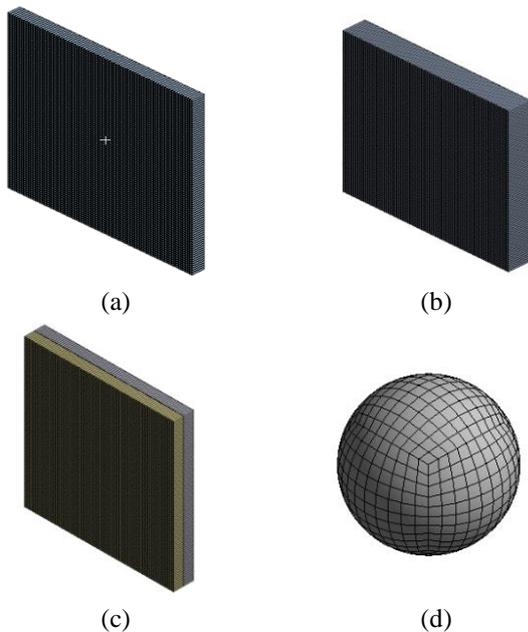


圖 5 離散網格模型: (a)方形鐵板、(b)改變厚度方形鐵板、(c)單層三明治結構板和(d)滾珠

## 2. 自由邊界下模態分析

為了確認數值模型是否反映實際系統行為，對幾何模型進行模態分析獲得模態頻率，與實驗的峰值頻率進行比對，驗證材料參數的正確性後，再經由簡諧分析獲得幾何模型的頻率響應函數，與實驗頻率響應函數進行比較，確保數值模擬的準確性。這些步驟有助於確立模型的可信度和精確性，為後續分析提供可靠基礎。

依據實驗設計，進行自由邊界條件下的模態分析。模態分析的結果顯示，在振動形態之物理意義下，前 6 個為剛體模態(Rigid Body Modes)，其中有  $x$ ,  $y$ ,  $z$  方向之平移模態(Translational Mode)與旋轉模態(Rotational Mode)，其頻率皆趨近於 0Hz，從第 7 個模態起為彈性體模態(Elastic Body Modes)，開始有無限多個自然頻率及結構振形。因此，在模態分析結果將從第 7 個模態頻率進行分析，如表 3 所示。

方形鐵板(SQ1)進行模態分析獲得模態頻率，表中代號為 SQ1 的模態頻率結果中，第 9 個模態頻率為 2587.9Hz 與實驗值 2588Hz 進行比較，兩者結果一致驗證方形鐵板參數的正確性。隨後進行簡諧分析，獲得頻率響應函數於圖 6 呈現。在圖中，線 SQ1 所激發之峰值頻率為 2588Hz，其振幅為 8.32E-6m。振幅間相對誤差為 0.05%，該結果足以證明方形鐵板模型的正確性。

接著對改變厚度方形鐵板模型(SQ2)，進行模態分析獲得模態頻率，表中代號為 SQ2 的模態頻率結果中，第 9 個模態頻率為 4929.7Hz。隨後進行簡諧分析，獲得頻率響應函數於圖 6 呈現。在圖中線 SQ2 可以看到激發頻段於 4930kHz，其振幅為 1.08e-6m，與第 9 個模態頻率趨近一致，該結果足以證明的改變厚度方形鐵板模型(SQ2)在有限元素模型使用上的正確性。

單層三明治結構板模型(SW1)進行模態分析獲得模態頻率，表中代號為 SW1 的模態頻率結果中，第 9 個模態頻率為 4085.3Hz 與實驗中單層三明治結構板激發頻段十分接近。隨後進行簡諧分析，獲得頻率響應函數於圖 6 呈現。在圖中，線 SW1 可以看到激發頻率於 4kHz，其振幅為 9.56E-9m，單層三明治實驗與數值模擬之頻率響應函數曲線吻合，該結果也足以證明單層三明治結構模型與材料參數的正確性。

通過模態分析和簡諧分析對不同幾何模型的振動行為進行了驗證，並與實驗結果進行了比較。結果表明，在自由邊界條件下，模態頻率和頻率響應函數與實驗結果相符，從而驗證了材料參數和模型的準確性。這些結果為後續分析提供了可靠的基礎，確立了模型的可信度和精確性。

表 3 自由邊界條件下模態分析

	SQ1	SQ2	SW1
7	1413.6	2693.1	2295.3
8	2095.5	4017.2	3521.8
9	2587.9	4929.7	4085.3
10	3604.8	6629.8	5167.6

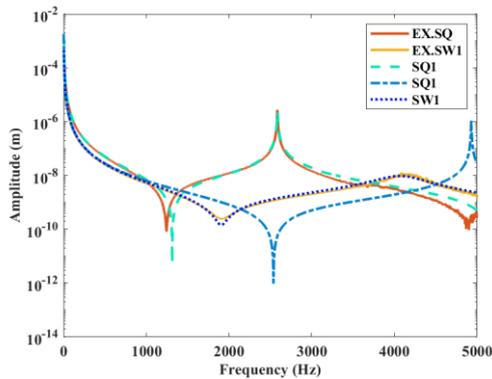


圖 6 自由邊界下頻率響應圖

### LS-DYNA 衝擊驗證

本節目標在於無實驗的情況下透過簡單的滾珠碰撞模型，證明透過特徵值可以利用動力學原理與模態頻率驗證顯式動力學之模組，建立暫態衝擊模擬的正確性。後續模擬結構碰撞衝擊力對結構之影響，分析結構變化，並將衝擊瞬態響應結果轉換成頻率響應圖進行分析驗證。

#### 1. 解析衝擊驗證之滾珠碰撞

滾珠碰撞模型中，如圖 7 所示，包含兩顆滾珠，分別命名為 B1 與 B2。B1 其速度分量設置為 X 方向，值為 1m/s。滾珠皆為彈性體(Flexible)，假設物體為可變形體；滾珠之間的接觸設置為無摩擦(Frictionless)，且兩者之間沒有間隙。進行模擬完成後，通過檢查滾珠碰撞過程中速度的變化，觀察碰撞之質心點速度歷時圖，如圖 8 所呈現。由速度歷時圖的結果，可以觀察到 B1 以初始條件 1m/s 的速度撞擊至 B2，與 B1 完成能量交換後，B1 數值趨近於零，B2 速度達到 1m/s。由此計算結果證明此利用顯式動力學模組進行動態模擬過程符合動量守恆。

接下來，為了解該結構受到衝擊後產生的微小結構變化，對質心點速度進行微分獲得加速度，再藉由質心點加速度轉換成加速度頻率響應圖，如圖 9。圖中分別是兩顆滾珠在 50kHz 內之頻率響應函

數，兩者加速度頻率響應幾乎重疊，激發頻率一致，頻率由小到大排列為 4、14、26、30kHz，整理成表 4 所示，後續將再與模態頻率進行比較。

為了以模態頻率驗證結構動態響應，接著對滾珠碰撞模型進行模態分析。首先是單顆滾珠自由邊界條件下的模態分析，分別挑選出與最接近加速度頻率響應圖中激發頻率的 26kHz，由模態頻率結果可得知，50kHz 內之頻率響應函數中，激發頻率中除了 26kHz 外，其餘受到由滾珠本身頻率影響。接著，計算中考慮到 ANSYS 的線性接觸元素有兩種：一是拘束(Bonded)；二是不分離(No Separation)。兩者的區別在於不分離支持不同幾何模型間的細小滑動，但各元件之間不產生分離。將接觸元素設為二者，分別挑選 10 個模態頻率進行呈現，於表 4 所示。由表中可以發現，單顆滾珠無法對應上的其餘頻率，可對應上拘束與不分離接觸元素中之結果，由此可知此類峰值為滾珠之間接觸耦合而所致。

綜上所述，模擬結果顯式動力學模擬過程符合動量守恆，並通過加速度頻率響應圖及模態頻率分析驗證了結構的動態響應。這一證明表明，當無實驗量測驗的情況下，透過模態分析的應用，可以有效地分析驗證暫態衝擊模擬結果。

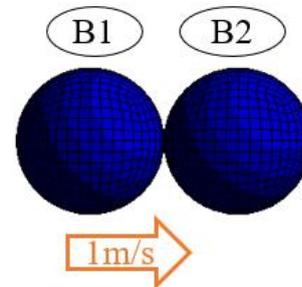


圖 7 滾珠碰撞模型示意圖

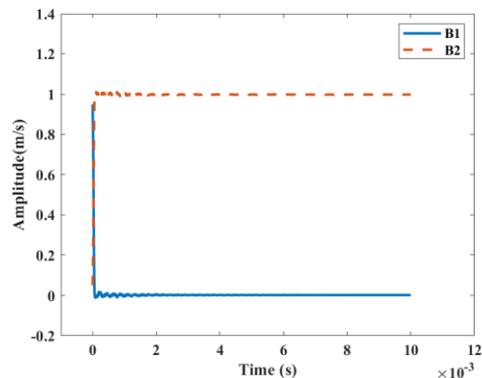


圖 8 滾珠質心點速度歷時圖

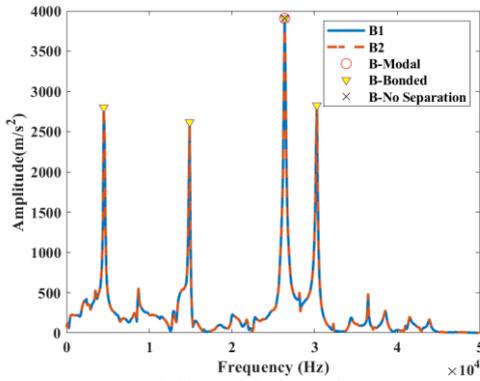


圖 9 滾珠質心點加速度頻率響應圖

表 4 質心點與激發頻率對應表(單位:kHz)

激發頻率	B-Modal	B-Bonded	B-No Separation
4	-	4	-
14	-	14	-
26	26	26	26
30	-	30	-

## 2. 動態設定

為了利用顯式動力學模組研究三明治結構衝擊，需要建立動態衝擊模組進行動態模擬。本次共有三組模擬，分別是方形鐵板(SQ1)、厚度改變方形鐵板模型(SQ2)和單層三明治結構板模型(SW1)，如圖 10 所示。動態模擬中，滾珠與結構板網格皆為彈性體，滾珠與結構板間的接觸設置為無摩擦(Frictionless)，兩者間無間隙。在此模組中滾珠假定在 0.1m 的半空中自由落體落下，撞擊幾何模型中的結構板中心點，因此位於結構板正上方之滾珠，在模型中的初速度為 1.4m/s。

邊界固定之設定，SQ1 與 SQ2 垂直於 x 方向的兩條邊界設置為位移固定(Simply Supported)，而 SW1 則是與前兩項在相同方位，在最底層的結構板兩條邊界設置為位移固定(Simply Supported)。

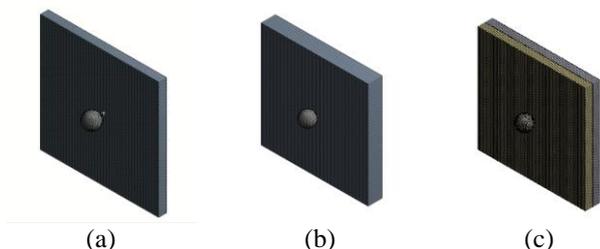


圖 10 動態衝擊模型: (a)方形鐵板、(b)改變厚度方形鐵板和(c)單層三明治結構板

## 3. 固定邊界下之模態分析

為了以模態頻率驗證各項模擬中結構板的動態響應，延續前面邊界固定之設定，對各個不同條件之有限元素模型進行模態分析。最終之模態分析的結果再與動態響應一同驗證。

首先是方形鐵板(SQ1)，考慮到 ANSYS 的線性接觸元素有兩種，加上 SQ1 在固定邊界下的模態頻率共有三組，如表 5 所示。觀察此表，發現 SQ1 中第 1 至 4 之模態頻率與 SQ1-No Separation 中 6 至 10 之模態頻率相同。由此推斷，接觸元素不分離的模態頻率，前六個趨近於零是由滾珠在模型間的微小滑動所產生的，而頻率的相同則表示在不分離此範圍內特徵值不受到滾珠影響。

對比結果中，SQ1 第 1 模態頻率 1035Hz 與 SQ1-No Separation 第 7 模態頻率 1035Hz，與固定邊界條件下的兩項實驗激發的特徵值 1034Hz 一致，該結果驗證邊界設定的準確性，由此可知敲擊實驗與滾珠掉落實驗的第一頻率，是方形鐵板在固定邊界下的模態頻率，不受接觸元素影響。因此在後續研究中不對接觸元素進行分析，固定邊界下的模態分析皆以結構板主，將固定邊界下 SQ1、SQ2、SW1 整理於表 6 呈現，後續與結構動態響應進行驗證。

表 5 方形鐵板(SQ1)固定邊界模態分析

No.	SQ1	SQ1-Bonded	SQ1-No Separation
1	1035.2	1021.8	0
2	1661.9	1865.3	0
3	3742.6	3656.7	0
4	4093.1	4312.2	0.00049737
5	4800.1	4809.8	0.0025201
6	7038.6	7325.6	0.0039507
7	7584.2	8010.4	1035.2
8	8934.7	8841	1661.9
9	9556.4	9385.2	3742.6
10	9607.1	9652.8	4093.1

表 6 固定邊界模態分析

No.	SQ1	SQ2	SW1
1	1035.2	2019.6	1745.7
2	1661.9	3084.4	2373.5
3	3742.6	6764.5	5059
4	4093.1	7544.2	5200.4
5	4800.1	8615	6122.5

#### 4. 動態響應之驗證

本節將利用模態頻率驗證三明治結構之動態響應之準確性。同樣以拘束層作為研究之基礎，開始以動態下結構作為驗證基礎進行呈現。使用動態設定中 SQ1 的設定，利用 ANSYS LS-DYNA 進行滾珠掉落至拘束層碰撞之模擬，觀測質心點的物理變化量，獲得質心點加速度轉換成動態響應，由圖 11 所示。單層鐵板被撞擊後激發的峰值頻率為 1034Hz，而兩項固定邊界實驗下的激發的峰值頻率與固定邊界下表 6(SQ1)模態頻率，則由藍、紅色「o」與紫色「\*」分別標示出。圖中結果符合固定邊界實驗下激發的峰值頻率，與固定邊界模態分析中(SQ1)第一模態一致，此結果再次驗證使用顯式動力學之模組模擬之正確性。

接著是厚度改變方形鐵板模型(SQ2)，使用動態設定中有關 SQ2 的設定，利用 ANSYS LS-DYNA 進行滾珠掉落至拘束層碰撞之模擬，觀測質心點的物理變化量，獲得質心點加速度轉換成動態響應，由圖 12 所示。圖中以「\*」標出固定邊界下 SQ2 模態頻率，而 SQ2 在固定邊界下的模態頻率，也完全重合，此結果驗證使用顯式動力學之模組模擬之正確性。

最後是單層三明治結構板模型(SW1)，使用與前述相同的方法，利用動態設定中有關 SW1 的參數，在 ANSYS LS-DYNA 中進行滾珠掉落至拘束層碰撞的模擬。觀察質心點的物理變化量，獲得質心點加速度，將其轉換成動態響應，由圖 13 所示。圖中以「\*」標記固定邊界下 SW1 的模態頻率。比較模擬結果與固定邊界下的模態頻率，SW1 模型的驗證結果應與模擬中獲得的動態響應相符。

藉上述驗證後結果，將三項質心點加速度頻率響應函數進行疊圖處理，呈現於圖 14 中，以進行後續討論。圖中清楚地呈現不同模型受到滾珠碰撞後激發的頻率與振幅。觀察可發現，激發的頻率由小到大依序排為 SQ1、SW1、SQ2，顯示隨著層數或厚度增加(質量增加)頻率、剛性隨之上升；而激發振幅由小到大依序排 SW1、SQ2、SQ1，則代表使用結構膠在減少振動方面優於 SQ2、SQ1，與單自由度敲擊實驗中 SW1 小於 SQ1 的結果一致。綜上所敘，若以偏移共振頻率為主之研究，增加厚度或質量是常見的手段，而需要頻率上升與減振為主之研究，複合結構則是很好的選擇。

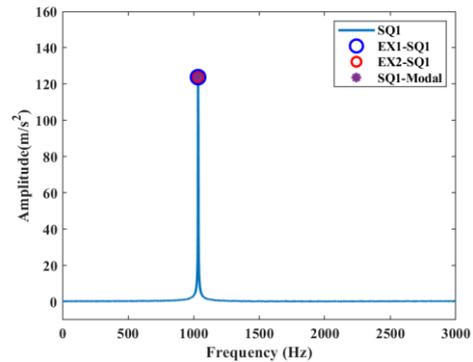


圖 11 方形鐵板質心加速度響應比對模態頻率圖

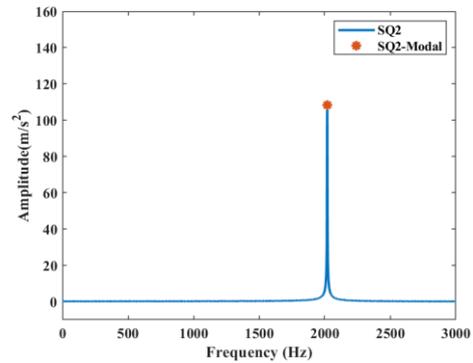


圖 12 加厚方形鐵板質心加速度響應比對模態頻率圖

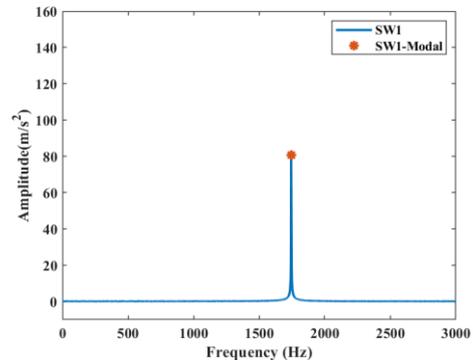


圖 13 單層三明治結構質心加速度響應比對模態頻率圖

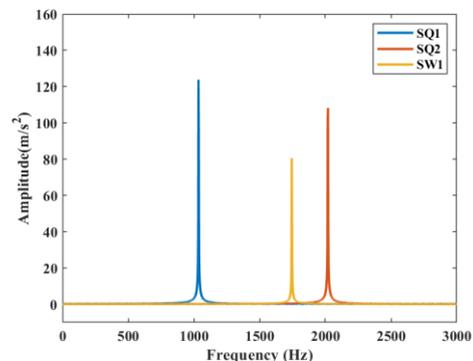


圖 14 綜合質心加速度響應圖

## 結論

本文成功利用模態分析與暫態分析對三明治結構進行實驗與模擬驗證。首先，通過有限元素法與三項實驗中建立了方形鐵板與結構膠的數值準確性，並在增加芯材層與阻尼層的實驗中，相較於傳統薄型三明治結構增加芯材層的做法，僅使用結構膠作為阻尼層更能有效地提高特徵頻率降低振幅。

其次，通過自由邊界下模態分析和簡譜分析對不同幾何模型的振動行為進行了驗證，並與實驗結果進行比較。結果表明，在自由邊界條件下，模態頻率和頻率響應函數與實驗結果相符，從而驗證了材料參數和模型的準確性，為動態衝擊提供後續的模型與材料參數。

在 LS-DYNA 衝擊瞬態實驗中，通過建立滾珠碰撞模型，由速度分析驗證動量守恆。接著通過加速度頻率響應圖和不同的接觸元素模態分析，瞭解在碰撞的過程中，除了結構本身的特徵頻率外也包含不同接觸元素的模態頻率，並成功證明透過模態頻率可以在無實驗資訊情況下，利用動力學原理與特徵值對暫態實驗進行動態驗證。在本文中的模態頻率驗證研究中，從單層鐵板到厚度改變的方形鐵板再到單層三明治結構板，確認了模擬結果與實際模態頻率之間的一致性，透過對質心點頻率響應的分析，發現不同結構在滾珠碰撞後的頻率和振幅變化。如結果顯示，增加結構的厚度會導致頻率上升，而使用結構膠可以有效減少振動，這些結果對於理解結構的動態響應特性以及未來研究方向具有重要意義，為未來相關領域的研究提供了準確和可靠的手段來評估結構的動態性能，對於工程設計和材料選擇具有實際應用價值。

## 致謝

本研究部分成果為科技部 NSTC 112-2221-E-019-032 專題計畫補助，由於科技部的支持，使本研究得以順利進行，特此致上感謝之意。

## 參考文獻

1. Fang, Y., Zuo, Y., and Xia, Z. "Study on design method and vibration reduction characteristic of floating raft with periodic structure," *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, Vol. 322, No. 4, IOP Publishing (2018).
2. Huang, X. C., Zhang, Z. G., Hua, H. X., and Xu, S. "Hybrid Modeling of Floating Raft System by FRF-Based Substructuring Method with Elastic Coupling," *Dynamics of Coupled Structures, Vol. 1: Proceedings of the 32nd IMAC, A Conference and Exposition on Structural Dynamics*, 2014. Springer International Publishing (2014).
3. Zhang, W. Y., and Mesbahi, E. "Optimization design on floating raft system for advancing vibration isolation characteristics," *2012 2nd International Conference on Consumer Electronics, Communications and Networks* (2012).
4. Yang, T., Sun, Y., Zhou, L., Brennan, M. J., & Liu, Z. "Practical demonstration of a large-scale active vibration isolation system," *Case Studies in Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 1, pp. 32-37 (2015).
5. 王栢村，楊佩宜，李澤宜，張博鈞，李晉瑜，王文志，"不同橡膠墊之剛性與阻尼係數測定及變更設定分析"，*中華民國振動與噪音工程學會論文集*，pp.164-171 (2015).
6. Wang, H., Cao, S., Luo, X., He, X., Zhang, Z., and Zhu, Y. "Study on the influence of rubber isolator's dynamic stiffness on the dynamic behavior of seawater hydraulic piston pump," *Ocean Engineering*, Vol. 182, pp. 14-20 (2019).
7. Czerwinski, F. "Current trends in automotive lightweighting strategies and materials," *Materials*, 14, 6631 (2021).
8. Castanie, B., Bouvet, C., and Ginot, M. "Review of composite sandwich structure in aeronautic applications," *Composites Part C: Open Access J* (2020).
9. Kerwin Jr, E. M. "Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer," *The Journal of the Acoustical society of America*, Vol. 31, pp 952-962 (1959).
10. Zapfe, J. A., and Lesieutre, G. A. "A discrete layer beam finite element for the dynamic analysis of composite sandwich beams with integral damping layers," *Computers & Structures*, Vol .70, pp. 647-666 (1999).
11. He, Y., Xiao, Y., Liu, Y., and Zhang, Z. "An efficient finite element method for computing modal damping of laminated composites: theory and experiment," *Composite Structures*, Vol 184, pp. 728-741 (2018).
12. Kärger, L., Baaran, J., and Teßmer, J. "Rapid simulation of impacts on composite sandwich panels inducing barely visible damage," *Composite Structures*, Vol 79.4, pp. 527-534 (2007).
13. Besant, T., Davies, G. A. O., and Hitchings, D. "Finite element modelling of low velocity impact of composite sandwich panels," *Composites Part A: Applied science and manufacturing*, Vol.32, pp. 1189-1196 (2001).
14. Arriaga, A., Pagaldai, R., Zaldua, A. M., Chrysostomou, A., and O'Brien, M. "Impact testing and simulation of a polypropylene component. Correlation with strain rate sensitive constitutive models in ANSYS and LS-DYNA," *Polymer Testing*, Vol.29, pp. 170-180 (2010).
15. Xiao, W., Yang, G., and Hu, D. "Investigation on impact noise radiated by the elastic collision of multiple spheres," *Journal of Vibration and Control*, Vol.27, pp. 2642-2653 (2021).

## **EXPERIMENTAL STUDY ON IMPACT RESPONSE OF SANDWICH STRUCTURES**

*D. C. Huang\* Y. W. Chen\* Z. P. Tseng \* J. H. Shen\* Y. S. Chang\**

\* Department of Marine Engineering, National Taiwan Ocean University

### **ABSTRACT**

This study aims to explore the dynamic impact verification of sandwich structures with micro-differential damping layers under impact. The sandwich structure consists of upper and lower constraint layers and a damping layer. The traditional sandwich damping layer consists of a core material layer and an adhesive-fixed bonding layer, which together provide sufficient damping to reduce structural amplitudes. For transient impact response, traditional thin sandwich structures cannot effectively suppress the shock waves and reduce the thickness of the damping layer. Reducing amplitude inevitably changes the structural frequency. This study differs from traditional designs by providing structural rigidity through the rigidity of the constraint layers and micro-differential damping layers, while also dispersing the wave propagation response of the impact. Therefore, this study divides the sandwich structure into constraint layers, damping layers, etc., to analyze them one by one, using simulations and experiments to verify the dynamic response of the structure under steady state, and to verify the influence of micro-differential damping layers on high-frequency response. Subsequently, ANSYS LS-DYNA is used to simulate the frequencies excited by transient impacts on the structure and compare their amplitudes. The results show that as the number of layers increases, both the experimental results of steady-state and transient impacts show a decrease in amplitude and an increase in frequency. These computational results provide engineering value for future transient impact studies or ship raft design.