

基於壓縮感知與等效聲源法之近場聲音全像技術發展

許瑋仁* 吳柏賢*

*國立成功大學 系統及船舶機電工程學系

關鍵詞：近場聲音成像法、等效聲源法、壓縮感知、凸優化問題。

摘要

近場聲音成像技術是聲學領域中一個重要的研究方向，相較於遠場聲源定位技術，近場測量因可量測物體輻射之消散波而具有更高的空間解析度。本研究旨在探討等效聲源法(ESM)於近場聲音成像之聲場重建性能，研究中結合壓縮感知(CS)技術於欠定方程求解，目的在於提高聲場重建的準確性。在數值模擬方面，本研究分別針對兩種陣列形狀(方形和 Underbrink 螺旋)結合兩種 ESM 方法(範數 1 與範數 2 凸優化)，分析陣列設計與聲音成像方法之差異對於聲場重建性能的影響。於實驗階段，研究以 Underbrink 螺旋形陣列為基礎，構建一組 96 通道 MEMS 麥克風陣列，並且使用了兩種類型聲源作為測量對象，包括：偶聲源、以及平板振動輻射聲源，驗證本研究發展之量測系統與聲音成像理論之可行性。

前言

近場聲音成像是一種利用多個麥克風採集數據進行聲音資訊重建的技術，相較於僅能找出聲源方向的遠場波束成形，近場聲音成像較為注重於找出聲源輻射聲波的模態與輪廓分佈。該技術主要應用於距離聲源較近的區域，因近場量測可測得聲源附近的消散波(Evanescence waves)，透過麥克風對聲源的數據採集並經過各種演算法的運算，即可準確地重建出局部特徵。實際可以應用於現今多種產業，例如非破壞性的工業噪音檢測，醫學超音波重建。

近場聲音成像法最初是由 William 和 Maynard 於 1980 年代提出，發展至今已具有數種算法，目的皆是由荷姆霍茲方程式中求解聲波傳遞與衰減的過程。而最早由 William 和 Maynard 提出的方法為「離散傅利葉法」，利用傅立葉轉換將測量的聲壓和滿足 Dirichlet 邊界條件的 Green's function 從空間域轉換至波數域，並在波數域上進行捲積，最後進行反轉換得到重建的聲壓與粒子速度，對於基於離散傅立葉轉換的方法之「聲源形狀特徵」與可使用的「麥克風陣列」限制在 Williams 和 Maynard 的文獻[10,11]中有更多的闡述；而 80 年代，Maynard 等人首次提出等效聲源模型法(ESM 法)，該方法是假設聲場是由一群單極子聲源疊加產生的，並將模擬出的虛擬聲源放置在真實聲源表面後方進行近似，該方法被認為是相當有效的聲源辨識方法，並被廣泛應用於聲場的重建與聲源辨識。等效聲源模型有較高的重建精度，特別是當成像距離與平均麥克風間距的比值大約等於 1 時，有更佳的重建表現。近年來，Chelliah 等聯絡作者 許瑋仁 (p16114195@gs.ncku.edu.tw)

人提出了一種手動選擇正則化參數的方法，以獲得更大成像距離下之準確成像結果。

Bai 在 1990 年提出 BEM 法的近場聲源成像 (Boundary element methods based NAH)，將荷姆霍茲方程式用格林函等式轉化成積分方程，在聲源表面和測量表面離散成有限節點，並用多項式函數去近似表面上各元素的聲壓與聲壓梯度。透過高斯數值積分去計算元素上的積分，得到一個線性方程組後使用消去法或是正則化法求解聲源表面的聲壓與聲壓梯度。儘管需要更高的計算複雜度，這種方法能夠準確處理邊界條件，並且適用於各種聲源形狀，為聲學診斷、機械故障分析等領域的應用做出了重要貢獻。

2009, Hald 提出 Statistically Optimized Nearfield Acoustic Holography (SONAH)，該方法使用平面波函數來解出聲場，並且透過一維積分計算自相關與交相關，同時不受重建解析度的波長限制。SONAH 的優勢在於相較於傳統的 DFT 法，可以更精確的定位位置較遠的聲源，然而由於需要大量的 Gauss 積分點來準確計算一維積分，SONAH 的計算量也是比 DFT 或是 ESM 大上不少。

近場聲音成像法發展至今雖然已經有需多成熟技術被發表，但仍有一些值得更深入研究的方向可以討論。本研究將以等效聲源模型法作為基礎，探討使用不同的陣列形狀設計以及不同的等效聲源模型時，對近場聲源成像法的性能影響，研究包括偶聲源、以及平板振動輻射聲源的數值模擬與實驗，驗證本研究發展之量測系統與聲音成像理論之可行性。

聲學成像理論

1. 荷姆霍茲方程式

荷姆霍茲方程式用於表述聲音傳遞狀態的方程式，而該方程式是由聲音的波動方程式推導：

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \nabla^2 p \quad (1)$$

其中 c 表示聲音在空氣中傳遞速度， p 表示聲壓。令波動方程式的解為簡諧振動(Simple Harmonic Motion)，

$$p(x, y, z, t) = p(x, y, z)e^{i\omega t} \quad (2)$$

代入上述波動方程式，

$$\left(\nabla^2 p(x, y, z) + \frac{\omega^2}{c^2} p(x, y, z) \right) e^{i\omega t} = 0 \quad (3)$$

即可以得到荷姆霍茲方程式。荷姆霍茲方程式相較於波動方程式較容易計算，但只能計算穩態解，而近場聲學成像即是一門解荷姆霍茲方程式的技術，通常此問題的邊界條件是由平板麥克風陣列所給定。荷姆霍茲方程式如下：

$$\nabla^2 p(x, \omega) + k^2 p(x, \omega) = 0 \quad (4)$$

其中 P 代表的是頻率域中的聲壓大小， x 是位置向量， Δ 是拉普拉斯計算子， $k = \omega/c$ 是波數，並且假設其符合 Sommerfeld radiation condition。

2. 近場聲源成像法

由於受到運算方法限制，DFT 法能使用的麥克風陣列必須為等間距之方形陣列並與聲源表面呈平行，也因為這些限制促使著新方法的發展，衍伸出前述之其他三種方法，本論文將會專注於等效聲源模型法(ESM, Equivalent Source Model Method)之研究。

ESM 法是將原始的聲源輻射聲場分布利用等效聲源模型近似成分佈於虛擬聲源面上的一組虛擬聲源，並在離散化的過程中應用疊加原理，以精確地模擬出實際聲源的聲學特性，暨可以降低數學計算的複雜度，也能有效重建出複雜聲場。

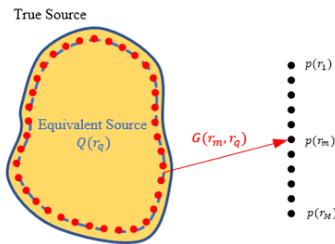


圖 1、等效聲源模型示意圖

ESM 的第一個步驟就是要將麥克風陣列之聲壓數據反算至虛擬聲源平面，在[1]中給出的 Source strength q ，定義為：

$$p(x) = \int_{S_S} (G(\vec{x}, x_S) q(x_S)) dS_S, \quad (5)$$

其中 G 是球面波擴散的自由空間格林函數，

$$G = \frac{e^{ikr}}{4\pi r}, \quad (6)$$

為了避免重建過程中發生奇異性與震盪的問題，虛擬聲源面必須與重建聲場的平面有一段距離，然而這個距離並沒有一個固定的標準去決定，而是會受到很多因素影響，甚至需考慮實際場景的幾何形狀與特性以選擇適當的虛擬聲源面位置，方能達到好的反算效果。實際上計算時可以把上式(5)寫成矩陣型式：

$$P_H = G_{HV} q_V \quad (7)$$

ESM 法的第二個步驟是將反算得到的聲強 q 重建到重建平面，重建平面可以置於聲源面上，也可以重建出相距聲源一段距離的聲壓。

$$P_S = G_{VS} q_V, \quad (8)$$

其中 G 是虛擬聲源面與重建平面的自由空間 Green's Function。

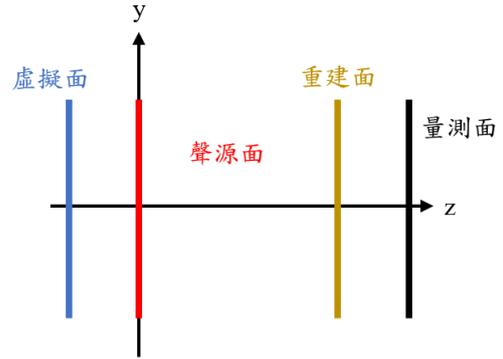


圖 2、ESM 步驟對應平面示意圖

反算至虛擬聲源面的步驟有分為幾種方法：直接反矩陣法、範數 2 凸優化(最小能量法)與範數 1 凸優化法(壓縮感知)。直接反矩陣法即是直接把式(7)進行反矩陣並計算出聲強 q_V ，如下式(9)，這種傳統方法較為粗略，也因矩陣數量限制使虛擬聲源數量與麥克風陣列相同，導致準確度相對較差。

3. 壓縮感知

除了直接進行反矩陣運算，另外一種方法即為壓縮感知技術。在反算式(7)時，若是虛擬聲源面上的點數量大於麥克風陣列數量，會形成欠定的狀況，而壓縮感知便是一種尋找欠定系統的稀疏解的演算法。在求解欠定系統的未知系數向量 q 時，需要先進行正則化處理，將系數向量約束在理想的方向。通常情況下，從所有滿足式(7)的所有向量中，會找出最小 X 範數的結果，如下定義：

$$\|q\|_x = \left(\sum_{i=1}^N |q_i|^x \right)^{\frac{1}{x}} \quad (10)$$

這個最佳化問題可以表述成以下形式：

$$\hat{q}(\varepsilon) = \arg_q \min \|q\|_x \text{ s.t. } \|\hat{p} - Gq\|_2 \leq \varepsilon \quad (11)$$

其中 ε 是預估的噪音底限。

較傳統的解欠定方法為「最小能量解」，也就是使用 Norm2 作為正則化項，如下式：

$$\hat{q}(\varepsilon) = \arg_q \min \|q\|_2 \text{ s.t. } \|\hat{p} - Gq\|_2 \leq \varepsilon \quad (12)$$

稀疏解被認為可以更加準確地解出聲源，而完美的稀疏解可以透過範數 0 最佳化達成，然而範數 0 會造成非凸的 NP 困難問題，涉及組合搜索導致計算上無法達成，因此這個問題可以放寬至範數 1 的最佳化，凸優化問題更容易計算，同時保有稀疏解特性。如下式，

$$\hat{q}(\varepsilon) = \arg_q \min \|q\|_1 \text{ s.t. } \|\hat{p} - Gq\|_2 \leq \varepsilon \quad (13)$$

數值模擬與分析

1. 模擬配置與環境

本研究之模擬環境為 MATLAB，運用波動方程推導之球面波擴散模型，模擬麥克風測得聲源發出之聲壓，並以前述之 ESM 進行聲場重建。在數值模擬階段將會比較兩種不同形狀之陣列，分別為方形麥克風陣列與偽隨機螺旋麥克風陣列，並且兩麥克風陣列會有相同的通道數量與大小；演算法上會進行前述三種不同之等效聲源模型之反算流程，分別是直接反矩陣法、範數 1 凸優化(壓縮感知)與範數 2 凸優化。在模擬量測上將會以偶極子聲源(Dipole source)與平板振動聲源(Complex Sound Source)進行驗證。除了會進行不同的聲源重建距離的誤差比較，也會針對頻率與訊雜比進行比較。

1.1 麥克風陣列設計

前述之兩種不同的麥克風陣列形狀分別為方形陣列與螺旋形陣列，兩者皆是 96 通道的麥克風。方形陣列採用 10*10 並且移除角落四個麥克風，麥克風陣列的尺寸為邊長 1 公尺之方形，麥克風之間間距 $\Delta \ell = 1/9$ (m)，各麥克風與其上下左右之麥克風呈現等間距排列，如下圖(3)。

螺旋陣列麥克風是採用偽隨機排列 Underbrink，該陣列排列最初是由 R. Underbrink 在 1993 年提出，偽隨機陣列在波束合成中的應用已經得到認證，其優點為在主波束之寬度(解析度)與旁波束之大小兩個指標上取得平衡，使目標聚焦與干擾抑制的效果皆有較佳的表現。Underbrink 是基於多螺旋排列的改良，每個螺旋臂上的元素數量相同，需要先決定麥克風的最大(r_{max})與最小半徑(r_0)，螺旋臂之數量 N_a ，每一個螺旋臂上之麥克風數量 N_m 以及螺旋角 ν 。螺旋麥克風陣列上的

元素位置之計算方式如下：

$$r_{m,1} = r_0, m = 1, \dots, N_a \quad (14)$$

$$r_{m,n} = \sqrt{\frac{2n-3}{2N_r-3}} r_{max}, \quad (15)$$

$$m = 1, \dots, N_a, n = 2, \dots, N_m$$

在得到各麥克風之半徑後，再計算各個麥克風之旋轉角度，

$$\theta_{m,n} = \frac{\ln \frac{r_{m,n}}{r_0}}{\cot(\nu)} + \frac{m-1}{N_a} 2\pi, \quad (16)$$

$$m = 1, \dots, N_a, n = 1, \dots, N_m$$

以上之計算公式，即可以把總共 96 麥克風通道之 Underbrink 螺旋陣列繪製成下圖。

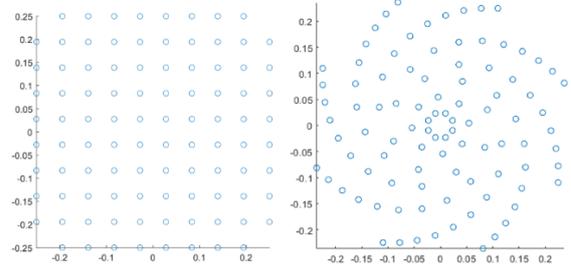


圖 3、96 通道方形陣列與螺旋陣列麥克風

1.2 聲源模型

模擬階段所使用的聲源類型有：偶聲源以及平板複雜聲源。點聲源是指在聲學中的一種理論模型，用來描述單一個振動源或是聲波的發射點，並以同心球面波傳遞，如下圖(4a)所示。而偶聲源即是兩個點聲源以相同振幅、相反相位所組成，如下圖(4b)所示。平板聲源是透過振動源施力於薄板正中心，使其表面振動產生輻射聲場，不同的頻率可以使板子表面各處產生不同的速度，進而出現板子的振動模態。

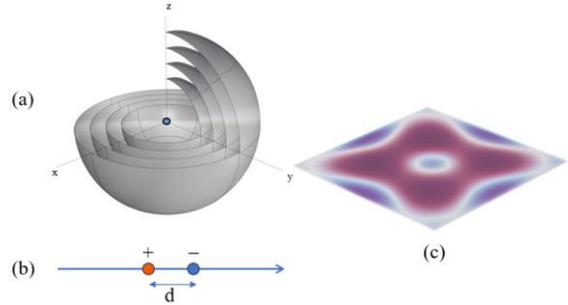


圖 4、(a)點聲源球面擴散
(b)偶聲源模型示意圖
(c)平板聲源示意圖

2. 模擬過程

模擬的流程如下方示意圖(7)，放置聲源在聲源平面上，透過聲源擴散模型計算聲音傳遞到各麥克風的聲壓大小，也就是模擬麥克風量測到的訊號。獲得模擬之聲壓大小後，還需加入聲音雜

訊以模擬真實環境噪音。ESM 之反算步驟會分為 LMSE(直接反矩陣法)、CS-1(範數 1 之壓縮感知)與 CS-2(範數 2 之壓縮感知)三種方法,除了直接反矩陣法之外,其餘兩種方法皆可以自行設定虛擬聲源面的資料點密度,以下圖(6)為例,設定了 41*41 個虛擬聲源,較大的尺寸也要求了更多的計算資源。得到虛擬聲源後即可以進行聲源的重建,同以自由空間格林函數進行聲場運算,得到成像平面的聲場。

經過前述的步驟後,便可以依照重建出來的聲壓結果繪製出一張聲場分布圖,如下圖(8)。然而,僅從圖面上較難以從各條件下的重建結果辨別出優劣,因此在重建過後需要進行誤差計算,計算的方式如下:

$$e = \frac{\sqrt{\sum_i (\hat{p}_i - p_i)^2}}{\sqrt{\sum_i p_i^2}} \quad (17)$$

其中 \hat{p}_i 代表經過重建以後的聲壓,而 p_i 代表理論聲壓。

直接反矩陣法與兩種凸優化方法在虛擬聲源的點數上就已經有所不同,導致重建的結果遠不及兩種凸優化方法理想,可以由圖像上與數據上明顯看出,如下圖(9),也因此在此誤差數值之比較上,會針對虛擬聲源面點數相同的兩種凸優化方法進行比較。

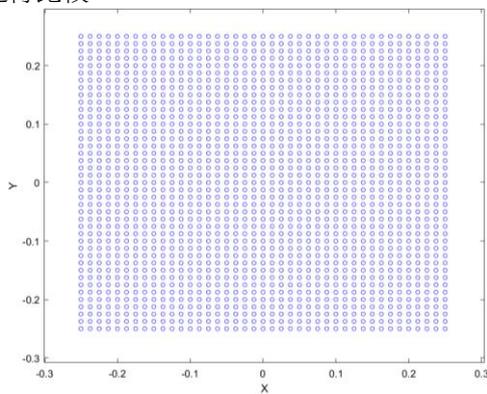


圖 6、虛擬聲源面(41*41)

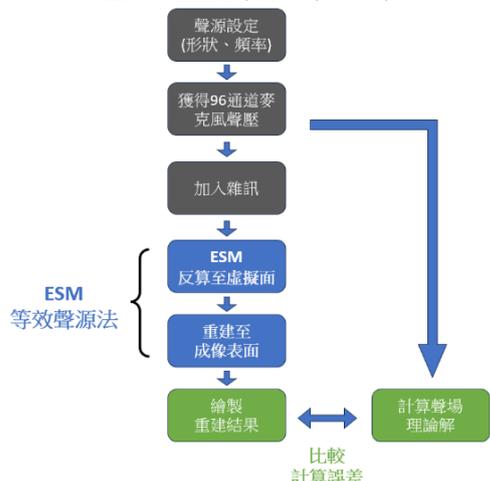


圖 7、模擬流程示意圖

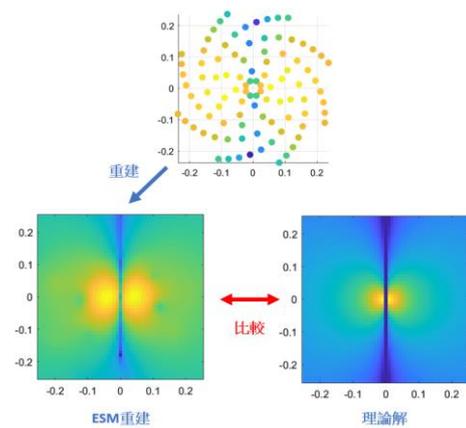


圖 8、重建結果與理論結果示意圖 (以偶聲源為例)

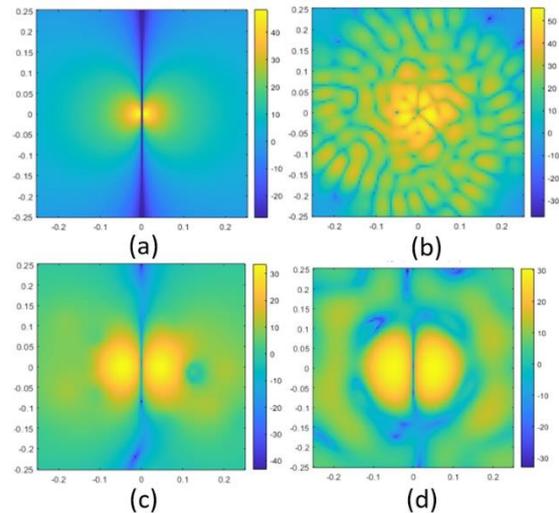


圖 9、重建結果比較(以偶聲源為例)

- (a): 重建理論解
- (b): 直接反矩陣法
- (c): 凸優化範數-2(最小能量法)
- (d): 凸優化範數-1(壓縮感知)

表 1、三種重建距離對應三種反算法之誤差 (以螺旋陣列、偶聲源與 300Hz 為例)

	直接反矩陣法	凸優化-1	凸優化-2
重建於聲源前1cm	443.99%	80.97%	84.40%
重建於聲源前5cm	58.55%	14.08%	19.32%

3. 偶聲源模擬結果

3.1 比較重建距離影響

在比較「重建距離」的模擬中,將會使用三種頻率: 200Hz、1000Hz 與 1700Hz,分別對應低、中與高三種頻率。

聲音隨著距離的擴散趨近相同，因此導致圖表會有距離增加誤差下降趨勢，其中重建於 1 至 5 公分處可以較明顯看出螺旋陣列搭配壓縮感知有最低的誤差。除此之外，隨著距離增加，螺旋陣列搭配範數 2 凸優化反而會因此而產生誤差。

3.2 比較頻率影響

在針對頻率的比較模擬中，將會將 *ESM* 重建平面設置在三個位置，分別是距離聲源 1cm、5cm 與 10cm。

在頻率改變的結果中，當頻率沒超過 1500Hz 左右時，誤差大小的排序皆是螺旋陣列搭配壓縮感知最小，方形陣列搭配範數 2 凸優化誤差最大。然而頻率與重建距離的增加，方形陣列的誤差有低於螺旋陣列的可能性，然而實驗所操作的頻段中，仍然是螺旋陣列搭配壓縮感知有最好的誤差表現。

3.3 比較訊雜比影響

在改變雜訊比的模擬中，會將重建距離以 1cm、5cm 以及 10cm 三組重建距離進行比較，如下圖(12)。在改變訊雜比的模擬中，各組合的趨勢如同預期一樣，隨著雜訊減少而誤差降低，其中又以螺旋陣列搭配壓縮感知最低，方形陣列之範數 2 凸優化是最高。

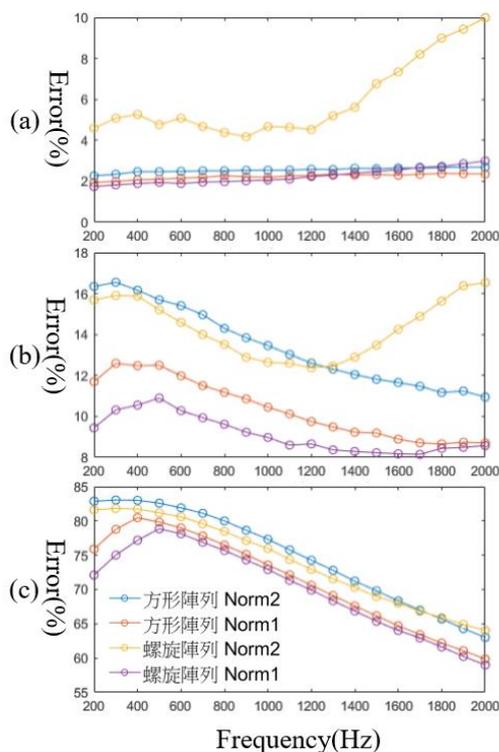


圖 11、頻率改變之誤差比較

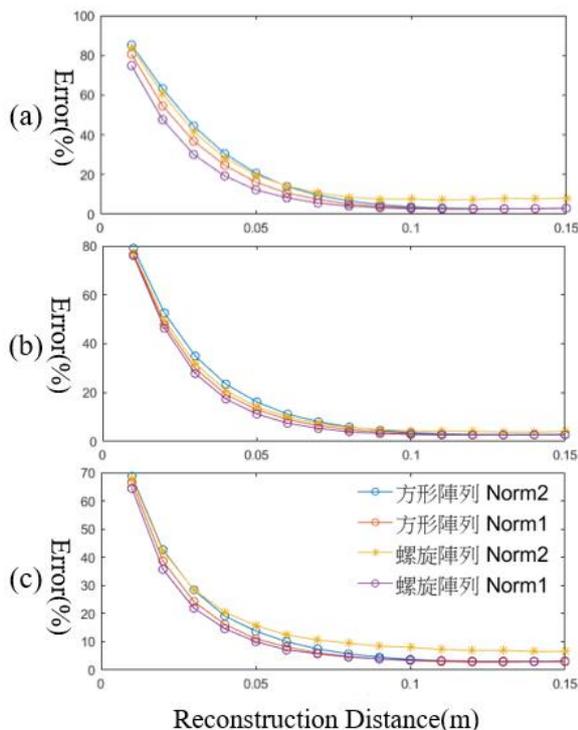


圖 10、重建距離改變誤差比較

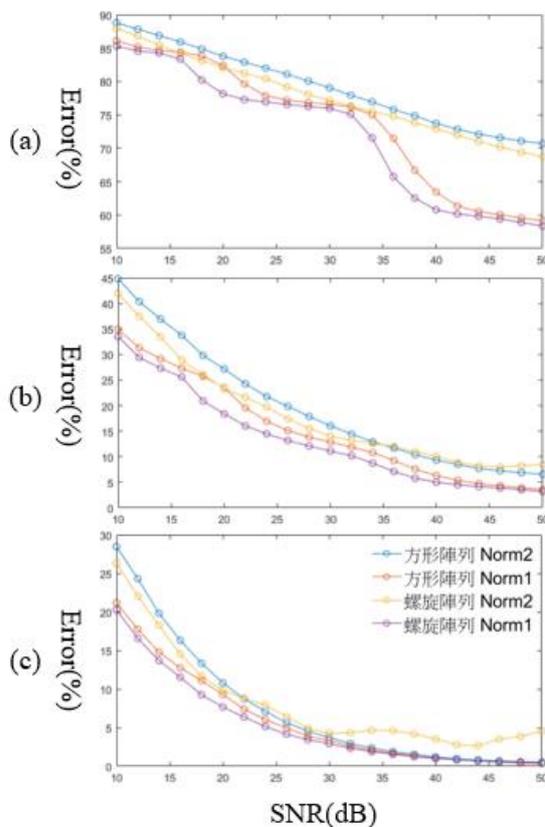


圖 12、SNR 改變之誤差比較

4. 偶聲源模擬結果

在平板聲源的模擬中，將利用[2]中所使用之薄板振動模型作為聲源，如下圖(13)左，是一塊尺寸為 25cmx25cm 之薄板，中心點受到固定頻率振動而產生振動模態，進而產生輻射聲場。下圖右為兩個模態經過 ESM 後重建出來的聲音速度場，並以虛線表示薄板相對於麥克風重建面的尺寸與位置。在模態 1 可以看出在極小值的深藍色輪廓上，重建出薄板速度為零的輪廓。模態 2 的結果相對不理想，其輪廓受到麥克風排列之影響有些微扭曲之現象，可見其解析度仍不足以完美重建出如此複雜之聲源。

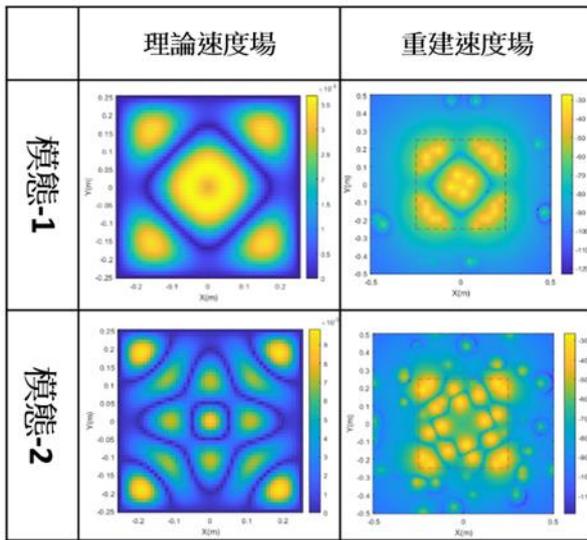


圖 13、平板聲源與重建結果(紅色虛線為薄板位置)

聲音成像實驗

1. 實驗硬體設備

● 麥克風陣列

本實驗將會以一組 96 通道麥克風陣列搭配多種聲源類型進行理論驗證，透過 FPGA 模組進行資料收集，至電腦中使用 MATLAB 進行聲源重建。麥克風陣列是依照前述 Underbrink 偽隨機陣列進行排列，以 PCB 板作為架構主體，可使複雜的 96 通道麥克風線路集成至其架構上，避免複雜的線路導致接觸不良，進而產生雜訊。麥克風陣列的尺寸如下圖(14)，長與寬皆是 50 公分。

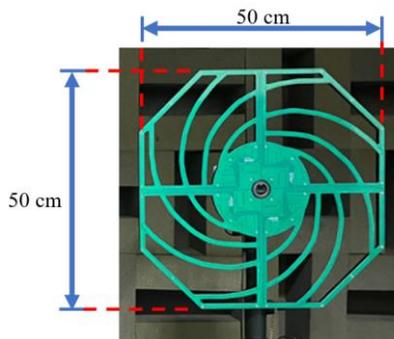


圖 14、96 通道麥克風陣列

麥克風陣列上裝配了 96 顆 MEMS 麥克風 (Model: Infineon IM72D128V01)，陣列背後裝有單板電腦 (Model: NI sbRIO-9607)，由於所使用的 MEMS 麥克風為 PDM 麥克風，在分析訊號以前需要進行解調變過程，因此單板電腦除了收集與傳輸資料之外，也負責進行訊號解調變，詳細的麥克風訊號解調變過程會在接下來的小節詳述。

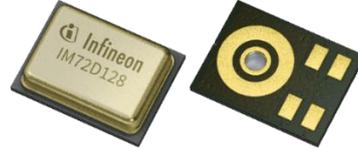


圖 15、PDM 麥克風實體圖

● 聲源設計

除了接收聲音訊號的麥克風之外，聲源也是扮演相當重要的角色，本實驗所使用的聲源有模擬偶極子聲源的單體揚聲器，以及振動平板的振動器。本實驗所使用的單體喇叭為 Panasonic Metal 3489，將兩顆單體喇叭以面對面方式鎖固，便可以模擬偶極子聲源的聲場特性，如下圖(16)，喇叭均已繩索吊掛，以避免其與支架之間的振動與敲擊產生預期以外的聲音。

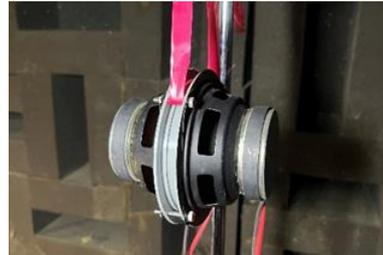


圖 16、實驗時使用之模擬偶極子聲源

振動器為驅動金屬板材振動之器具，透過金屬圓軸連接板材，使之以指定頻率垂直振動而產生輻射聲場，如下圖(17)。



圖 17、振動器與金屬薄板配置

2. 實驗軟體設備

本實驗所使用到軟體的階段有兩個，一是收集與傳輸資料的單板電腦端，二是分析並計算聲場資訊的電腦端。單板電腦所使用的編譯軟體為 NI LabView，搭配 National Instrument 公司的單板電腦。便可以做到高速資料採集與傳輸，適合本實驗之使用場景；電腦端所使用的軟體為 MATLAB，將麥克風陣列所量測到的聲音訊號經過前述近場聲源成像法計算得到聲場資訊，並以圖像繪製輸出聲場分布，以便使用者觀察。

2.1 PDM 麥克風

單板電腦中接收到 PDM 麥克風的訊號後，首先需要進行數位訊號之解調變。PDM 麥克風與 PCM 麥克風之運作原理不同，PCM 麥克風的編碼方式是脈衝編碼，是以多位元進行傳送，因此可以直接輸出測量類比值，優點是音訊品質較優，缺點便是功耗較大、製作成本高；PDM 麥克風的編碼方式則是脈衝密度，透過固定的 1 位元傳送，僅會有 0 與 1，優點是低功耗、低成本，而缺點便是需要進行解調變才可以做為可使用的聲音訊號，如下表(2)所示。

表 2、PCM 與 PDM 麥克風

	PDM	PCM
編碼方式	脈衝密度	脈衝編碼
位元深度	1 位元	多位元(通常為 16 或 24 位元)
優點	低功耗、低成本	音訊品質較高
缺點	需解調變、音訊品質較低	功耗高、成本高



圖 18、PCM 訊號與 PDM 訊號示意圖

2.2 CIC 濾波器解調變過程

由於 PDM 訊號是以脈衝的密度表示訊號的振幅，其取樣率會相當高，使轉換到 PCM 訊號後仍保有夠高的取樣率。PDM 訊號解調變通常需要經過低通濾波器以及 CIC 濾波器(Cascaded Integrator-Comb Filter)，低通濾波器可抑制高取樣率導致的高頻雜訊，而 CIC 濾波器主要目的是將高取樣率的 PDM 訊號轉換為較低的取樣率，同時保留目標訊號，也就是降取樣過程。CIC 濾波器的結構如下：

- 積分器(Integrator)：在積分器中，輸入訊號會被累加，形成一個較高取樣率的訊號。
- 延遲器(Delay)：透過多個延遲器形成一個梳狀結構，將積分器的輸出按照比例延遲，可以產生不同的取樣率，而降取樣因子 M 代表將取樣週期變為 M 倍，取樣率降為 $1/M$ 倍。

除此之外，CIC 濾波器會為了增強濾波效果，會將梳狀濾波器不同的時序版本進行差分運算，可以凸顯出訊號在時序上的變化，而在最後會把這些差分訊號進行總和。

3. 實驗場景

3.1 PDM 麥克風

本實驗在半無響室進行，透過三腳架將揚聲器架設在麥克風陣列前，如下圖(19)，操作者將會透過音源線與 PoE 系統控制揚聲器的發聲與麥克風陣列的接收，避免人為操作產生的聲音影響實驗結果。



圖 19、偶聲源量測實驗

3.2 平板聲源實驗場景

本實驗同樣於半無響室進行實驗，其差異在於麥克風陣列是使用吊掛方式固定，其量測方向則是朝向地面，以便平板聲源與振動器之設置，如下圖(20)。平板與固定器之連接方式如上圖(17)所示，使用一金屬圓軸連接振動器與金屬薄板，使金屬薄板呈現四邊皆為無支撐之自由狀態(F-F-F-F)，振動器相當於以固定頻率施一垂直於薄板之力(Z 方向)於正中心，使薄板產生 X 與 Y 方向疊加之模態，故使薄板產生下圖(21)之振動模態。



圖 20、平板聲源實驗之麥克風陣列吊掛方式



模態-1

模態-2

模態-3

圖 21、方形金屬板振動模態

4. 實驗結果

4.1 偶聲源

偶聲源的實驗中，除了可以觀測重建的聲壓場之外，也可以利用偶聲源中兩揚聲器相位相反

的特性去觀測其相位，以驗證其重建的精準性。本實驗將會針對 200Hz、515Hz、1050Hz 以及 1545Hz 進行量測，並將結果呈現在下表(4)中。下表中的各結果圖中可以看出，範數 1 之凸優化(壓縮感知)所算出的虛擬聲源為稀疏解，可以較為精確地模擬出實際聲源特性，也使重建之相位結果與理論模型較貼近，兩者比較起來，範數 1 凸優化明顯略勝一籌。

4.2 平板聲源

平板聲源實驗中，可以利用 ESM 重建出聲音的粒子速度場，再與真實之板材振動模態比較。而真實的板材振動模態除了利用有限元素軟體進行模擬，亦可以利用板材上的細小顆粒如：鹽巴、沙子……等作為觀測對象，以便得知板材受到不同頻率的振動模態，並與重建粒子速度場結果進行比較。可在表(3)中看出 ESM 成功重建出模態 1 的粒子速度場，而在模態 2 的粒子速度場則略有扭曲。

表 3、平板聲源實驗結果

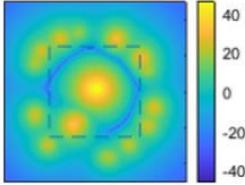
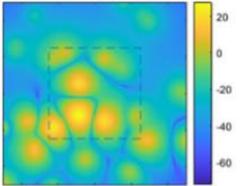
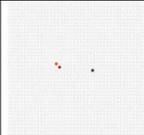
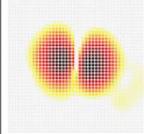
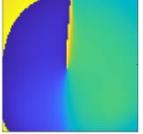
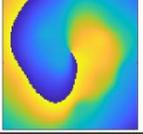
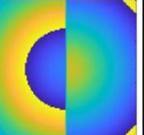
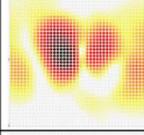
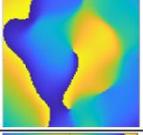
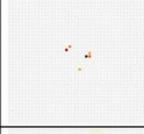
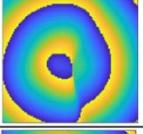
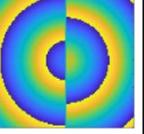
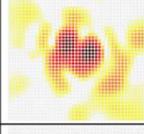
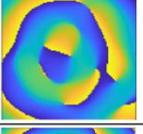
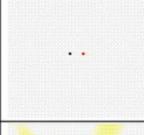
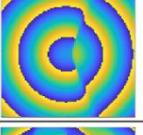
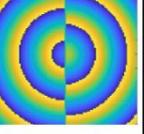
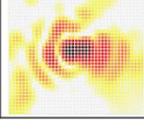
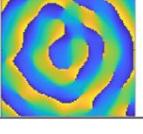
	理論結果	重建結果
模態 1		
模態 2		

表 4、各頻率範數 1 與範數 2 凸優化之虛擬聲源與重建聲壓相位

頻率	凸優化範數	虛擬聲源	聲壓相位	理論相位
200	凸優化 1			
	凸優化 2			
515	凸優化 1			
	凸優化 2			
1030	凸優化 1			
	凸優化 2			
1545	凸優化 1			
	凸優化 2			

結論

本研究在理論與實驗中，驗證壓縮感知聲音全像技術之可行性，也一併比較了不同的 ESM 反算步驟與不同的陣列排列方法對重建聲場造成的影響，其中使用壓縮感知與螺旋麥克風陣列的組合在絕大多數情況下有較高的解析度，並且具有最小的旁波束增益。未來此項研究的發展除了針對精確度上進行更深入的研究之外，也可以在計算速度上進行更多探討，如搭配高效運算裝置(如電腦顯示卡等等……)，發展出近場聲學相機，提供使用者有更直觀且即時之聲學重建畫面，提高其應用性。

參考資料

- [1] Kanthasamy Chelliah, Ganesh Raman, Ralph T. Muehleisen. "An experimental comparison of various methods of nearfield acoustic holography", *Journal of Sound and Vibration* 403 (2017) 21–37
- [2] A.M. Pasqual, "A patch near-field acoustic holography procedure based on a generalized discrete Fourier series", *Mechanical Systems and Signal Processing* 90 (2017) 285–297
- [3] Efrén Fernández-Grande, Angeliki Xenaki, Peter Gerstoft, "Asparse equivalent source method for near-field acoustic holography", *The Journal of the Acoustical Society of America* 141, 532 (2017).
- [4] Zebb Prime, Con Doolan, "A comparison of popular beamforming arrays", *Proceedings of ACOUSTICS* 2013
- [5] Mingsian R. Bain, Ching-Cheng Chen, "Application of convex optimization to acoustical array signal processing", *Journal of Sound and Vibration* 332 (2013) 6596–6616.
- [6] 許哲維, 陳冠宏, "Implementation of Acoustic Camera on FPGA Platform with Digital Microphone Array", 逢甲大學 (104 學年度)
- [7] 曾智文, 白明憲, "麥克風陣列影像系統應用於近場聲源辨識 暨演算法比較" .
- [8] S. J. D. D'Alessio, "Forced free vibrations of a square plate", *SN Applied Science*, A Springer Nature journal(2021).
- [9] Matthew P. Donadio, "CIC Filter Introduction", For Free Publication by Iowegian(2000).
- [10] J. D. Maynard; E. G. Williams; Y. Lee, Nearfield acoustics holography: I. Theory of generalized holography and the development of NAH., *J. Acoust. Soc. Am.* 78, 1395–1413 (1985)
- [11] Earl G. Williams, *Fourier Acoustics: Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography*. ISNG 0-12-753960-3.

DEVELOPMENT OF NEAR-FIELD ACOUSTIC HOLOGRAPHY TECHNOLOGY BASED ON COMPRESSED SENSING AND EQUIVALENT SOURCE METHOD

Wei-Jen Hsu Bo-Sian Wu**

*Department of Naval Architecture and Marine Engineering, National Cheng Kung University

Keywords: Near-field acoustic holography, Equivalent source method, Compressive sensing, Convex optimization problem

ABSTRACT

Near-field acoustic holography (NAH) is an important research area in acoustics. Compared with far-field source localization techniques, near-field measurement has higher spatial resolution due to the ability to measure the evanescent waves radiated by the object. This study aims to investigate the sound field reconstruction performance of the equivalent source method (ESM) in near-field acoustic holography. The compressive sensing (CS) technique is incorporated into the underdetermined equation solution to improve the accuracy of sound field reconstruction. In numerical simulations, the study analyzes the effects of array design and sound imaging methods on sound field reconstruction performance for two array shapes (square and Underbrink spiral) combined with two ESM methods (L1 and L2 norm convex optimization). In the experimental stage, a 96-channel MEMS microphone array based on the Underbrink spiral array is constructed, and two types of sound sources are used as measurement objects, including a monopole source and a planar vibration radiation source, to verify the feasibility of the measurement system and sound imaging theory developed in this study.