

基於多目標拓樸優化算法於結構優化與設計-以船舶桅杆為例

陳品傑* 周焯傑* 黃心豪*¹

*國立臺灣大學 工程科學及海洋工程學系

關鍵詞: 船舶桅杆, 結構振動, 多目標拓優化, 密度法, 客觀權重

摘要

本文提出以多目標拓樸優化結合客觀賦權法進行船舶桅杆結構設計, 以達到提升桅杆結構的剛度、降低重量並減少振動訊號的目的。首先, 對原始設計之桅杆結構進行了船舶設計負載分析、模態分析以及隨機振動分析, 建立優化前後結構的比較標準。接著, 根據可設計的尺寸範圍和需要安裝的設備等設計條件, 建立桅杆結構之優化設計空間, 並利用拓樸優化之密度法進行優化設計。在單目標優化中, 分別考慮了應變能最小化和重量最小化, 並通過單目標優化的分析結果, 建立了決策矩陣, 利用客觀附權法之熵權法計算各單目標的權重係數, 並進行多目標優化。完成多目標優化後, 根據優化後的材料分佈情況重建結構, 並將其與原始設計的桅杆結構進行比較, 評估優化效果。

¹ 聯絡作者 黃心豪 (hsinhaouhuang@ntu.edu.tw)

前言

隨著時間的推移，船舶上的桅杆結構經歷了巨大的變化。在15世紀時，桅杆主要用於揚帆，使得船隻可以依靠風力前進，現今，許多的監測儀器及導航雷達安裝於桅杆結構上，因此船舶桅杆結構的安全性和性能要求變得越來越嚴格。舉例來說，警用或軍用快艇因應追捕犯人等需求，將船舶最大運轉速度設計得越來越快，造成桅杆結構在快速的船速下須承受極大的負載以及振動環境，如此不但對結構造成不良的影響，過大的振動也有可能對安裝於桅杆結構上的儀器有運作上的問題。

現今的工程設計為了追求降低設計之成本及時間，並同時製造出高效能及高質量的產品或結構，促使了工程設計方法之演變。近年來，結構優化中的拓樸優化是在優化領域中快速發展的方法。此方法之概念為在給定的設計區域，基於不同的限制條件下找到優化材料分佈，為設計者提供更多創新的結構設計想法。透過拓樸優化，可以在不牽涉人為主觀因素的情況下，生成設計空間內的材料分佈情形。在實際的結構設計考量涉及相互衝突的目標，如結構剛度和重量之間的衡量。針對以上的衝突關係，利用多目標優化並尋找出折衷的解。

研究方法

1. 原始桅杆結構說明及分析

桅杆結構的設計考量與需要置放之裝備有絕對的關係，在最初的設計階段，需根據所有需要安裝的設備及儀器進行構想及調整。本研究之原始桅杆結構設計及設備安裝示意如圖 1所示。此桅杆重量為87.5 kg，其主要安裝的三個儀器設備分別為光電監控系統之攝影機、雷達以及導航燈。

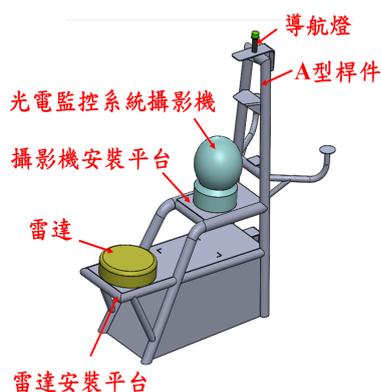


圖 1、原始桅杆結構設計及設備安裝示意圖

1.1 船舶設計負載分析

根據挪威船級社(Det Norske Veritas, DNV)所發佈之法規，高速輕型船舶之設計負載在第三部分中的第一章有詳細的設計原則和要求 [1]，船舶設計負載分析之目的為確保安裝於船舶上的結構在最大運行速度時所承受之負載的安全性和穩定性。根據該規範，

設計負載是以加速度的形式進行定義，其中包括縱向加速度，以 a_l 表示，垂直加速度，以 a_v 表示，以及橫向加速度，以 a_t 表示。本研究之桅杆結構安裝的船舶各項設計數據，如表 1所示，以進行船舶設計負載分析。

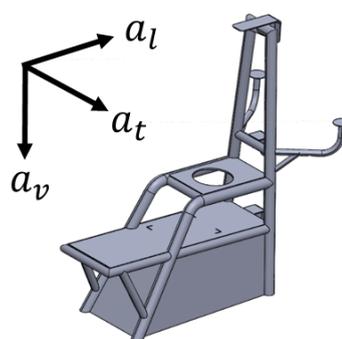


圖 2、船舶設計負載分析之座標軸定義

表 1 船舶設計負載分析之各項加速度量值

參數 [m/s ²]	縱向 加速度	垂直 加速度	橫向 加速度
數值	8.175	49.05	7.75

在船舶結構設計負載下，原始桅杆結構設計之分析結果如表 2所示。其最大位移量為0.72 mm、最大 von Mises應力為11.7 MPa、應變能為62.8 N*m。

表 2 原始桅杆結構設計於船舶設計負載分析結果

參數	位移量 [mm]	von Mises 應力 [MPa]	應變能 [N*m]
數值	0.72	11.7	62.8

1.2 模態分析

模態分析之目的為求解系統之模態參數，其中包括自然頻率及模態形狀。桅杆結構上所安裝之光電監控系統攝影機會受到0~100 Hz間振動頻率之影響，故藉由模態分析，確定在此頻段內的自然頻率及其對應之模態形狀。原始桅杆結構設計之自然頻率如表 3所示，在0~100 Hz之頻段內，共出現四個模態。第一模態出現於35.9 Hz，其對應之模態形狀為桅杆A型桿件X方向振動，如圖 3所示；第二模態出現於71.3 Hz，其對應之模態形狀為桅杆A型桿件Y方向振動，如圖 4所示；第三模態出現於82.3 Hz，其對應之模態形狀為桅杆A型桿件X方向振動，如圖 5所示；第四模態出現於86.3 Hz，其對應之模態形狀為桅杆A型桿件Y方向振動，如圖 6所示。

表 3 原始桅杆結構之自然頻率列表

	第一模態	第二模態	第三模態	第四模態
自然 頻率 [Hz]	35.9	71.3	82.3	86.3

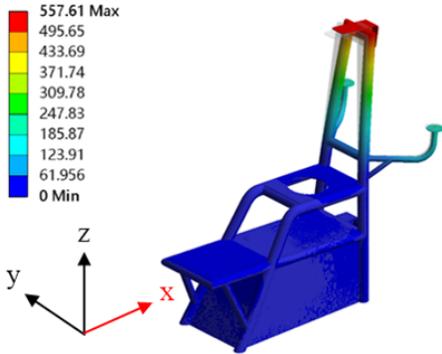


圖 3、原始桅杆結構之第一模態

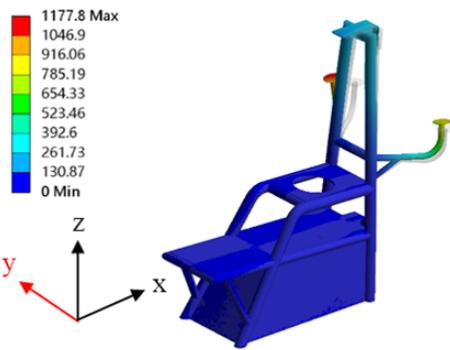


圖 4、原始桅杆結構之第二模態

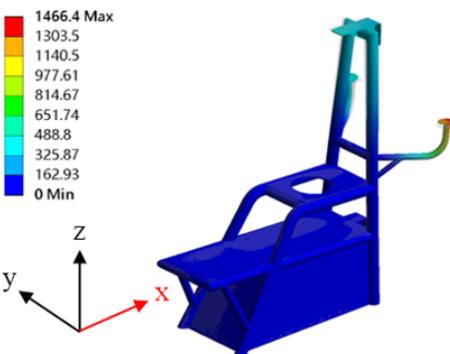


圖 5、原始桅杆結構之第三模態

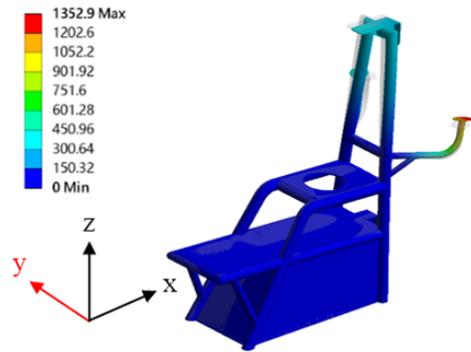


圖 6、原始桅杆結構之第四模態

1.3 隨機振動分析

在實際環境中，結構所遭遇的變化是高度不規則、無規律性且不重複的，此種情形稱為隨機振動，由於在時域訊號上無法用數學式描述，故藉助傅立葉轉換，將時域訊號轉換為頻率域以便描述。不規律的隨機振動時域訊號，可理解為無數個正弦波所組成，這些波在一定的範圍內連續分佈，故利用均方根之運算表示不同波之能量大小，最後利用一條曲線描述隨機振動響應的統計特徵，即為功率頻譜密度，其曲線下面積代表此隨機振動之總能量。

為確保船艦上裝備之可靠度，依據不同使用情況及裝備制定出隨機振動試驗之輸入訊號。本研究桅杆結構上所安裝之光電監控系統攝影機會受到0~100 Hz間振動頻率影響，故根據制定之隨機振動試驗訊號大小，施加至桅杆結構，並觀察攝影機安裝平台響應。隨機振動試驗輸入訊號在各頻率對應之功率譜密度如表4所示，桅杆結構之座標軸定義、輸入訊號及響應輸出示意圖如圖 7所示，對桅杆結構底部之X、Y及Z方向輸入功率譜密度訊號，並觀察光電監控系統攝影機安裝平台對應之三方向輸出之功率譜密度訊號，即為X方向輸入觀察X方向輸出，以此類推。

表 4、光電系統攝影機之隨機振動試驗輸入訊號

頻率 [Hz] [Hz]	PSD [g^2/Hz]
5	6.8×10^{-3}
10	1.9×10^{-3}
100	1.9×10^{-3}

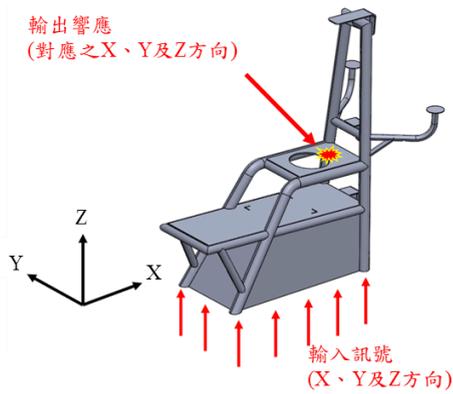


圖 7、隨機振動分析輸入及輸出響應示意圖

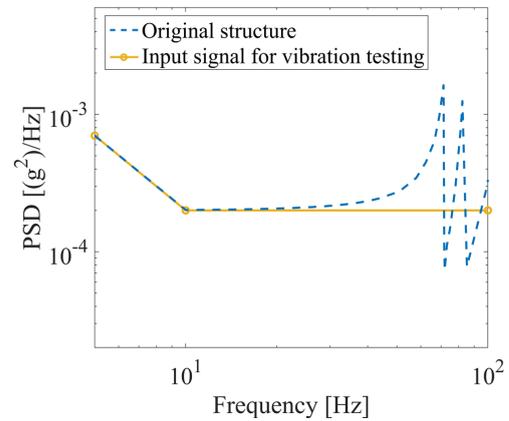


圖 9、原始桅杆結構之Y方向功率譜密度圖

圖 8圖 9及圖 10分別為原始桅杆結構之光電監控系統攝影機安裝平台於隨機振動試驗之X、Y及Z方向之功率譜密度圖。其中，具圓形標籤之黃色實線為輸入訊號、藍色虛線為原始桅杆結構之攝影機安裝平台輸出響應，利用此三方向之功率譜密度圖做為優化後的評斷標準，希望經過優化後能降低響應。

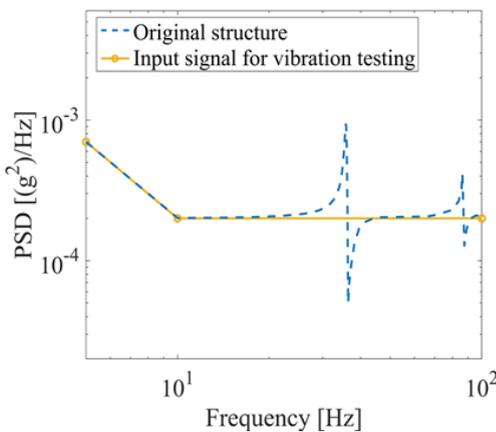


圖 8、原始桅杆結構之X方向功率譜密度圖

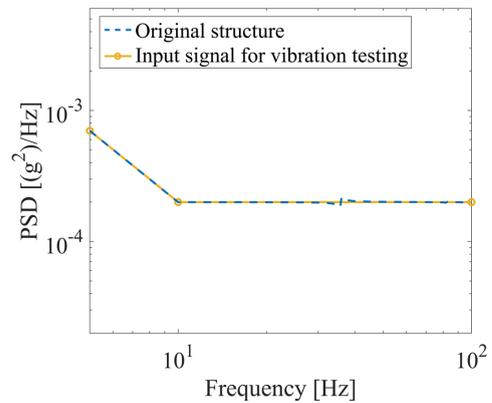


圖 10、原始桅杆結構之Z方向功率譜密度圖

2. 拓樸優化

2.1 密度法

本研究使用之拓樸優化方法為密度法 [2]，針對給定的負載情況、邊界條件、約束條件等，藉由重新分配設計區域內離散化後的有限元素以獲得材料優化分佈結果。首先，定義一設計區域，以 Ω 表示，此設計區域由 n 個有限元素離散化，其中，每個元素都具有一個相對密度係數，以 x_i 表示，該係數代表該元素的材料分佈情況，以二進制值來表示，在0到1之間連續變化，分別表示空心 and 實心的材料分佈狀態。

設計區域的材料體積之描述如式 (1)所示：

$$vol = \int_{\Omega} \rho_{\varepsilon}(x) d\Omega \quad (1)$$

對於每個元素之間的相對關係，密度法利用楊氏模數與相對密度係數以冪定律(Power law)之關係定義出方程式進行運算，如式 (2)所示：

$$E(x_i) = x_i^\rho E_0 \quad (2)$$

其中, ρ 為懲罰因子, E_0 為原始元素之楊氏模數。懲罰因子之作用為懲罰0-1的中間密度, 迫使設計區域中每個元素的密度以0或是1來表示, 以獲得清楚之拓樸優化結果。根據前述相關文獻之數值經驗, 懲罰因子之值 $\rho > 3$ 為合適的, 本研究之懲罰因子設定為3。

2.2 目標函數

本研究之目標函數分別為最大化結構刚度及最小化結構重量, 以下分別說明最大化結構刚度及最小化結構重量之目標函數。

最小化結構應變能之目標函數, 以下稱為obj1, 如式(3)所示:

$$obj1 = \begin{cases} \text{minimize: } U_\varepsilon = \sum_{\varepsilon=1}^n u_\varepsilon \\ \text{subject to:} \\ ku = f \\ \frac{\sigma_y}{\sigma_p} = 1.5 \\ 0 \leq \rho_e \leq 1 \end{cases} \quad (3)$$

其中目標為最小化結構之總應變能, 在限制條件處, 將船舶設計負載作為外力, 其中 k 為刚度矩陣、 u 為位移向量、 f 為外力向量。將船舶法規中的最小安全係

數作為約束條件, 其中 σ_y 、 σ_p 為降伏應力、 σ_p 為工作應力。

第二個目標函數為最小化結構重量, 以下稱為obj2, 如式(4)所示:

$$obj2 = \begin{cases} \text{minimize: } M = \sum_{\varepsilon=1}^n m_\varepsilon \\ \text{subject to:} \\ ku = f \\ \frac{\sigma_y}{\sigma_p} = 1.5 \\ \sigma_p \\ 0 \leq \rho_e \leq 1 \end{cases} \quad (4)$$

同樣的將船舶設計負載及船舶法規中的最小安全係數作為約束條件進行優化。

2.3 優化算法

拓樸優化方法分為數學規劃法、最優性準則法和演化規劃方法。其中, 數學規劃方法適用於目標是最小化或最大化目標函數的問題, 對於非線性規劃問題, 例如最小化結構應變能, 可以使用數學規劃法中的順序凸規劃法來解決, 其前提為在計算出始時給定一個設計變數 $x(k)$, 優化算法能夠從中可以導出改進的設計 $x(k+1)$, 藉由持續的迭代過程找到最終的優化結果 [3]。由於其數值簡單性和數值效率, 此方法在拓樸優化的優化算法中被廣泛使用, 此方法已在學術和工業應用中證明其有效性, 可以得到穩定的解, 以下為順序凸規劃法計算步驟[4]:

步驟1: 對於設計空間內, 選擇一個設計變數 x^k

x^k 作為起點, 執行有限元素分析及靈敏度分析, 迭代過程從0開始。

步驟2: 每一個迭代步驟所計算出的結果, 會產生出對於原目標函數的近似值。

步驟3: 藉由步驟2的計算結果產生出一個子問題。

步驟4: 求解產生之子問題, 如果求出之解無法收斂, 重回到步驟2, 使得下一個迭代設計變數為 x^{k+1} 。

2.4 設計空間建立

針對原始桅杆結構設計之尺寸, 進行設計空間定義, 將可設計的範圍內規劃成優化空間, 如圖 11(a)所示, 圖 11(b)之紅色框選處為優化禁區, 其目的為保留材料給需安裝之裝備。

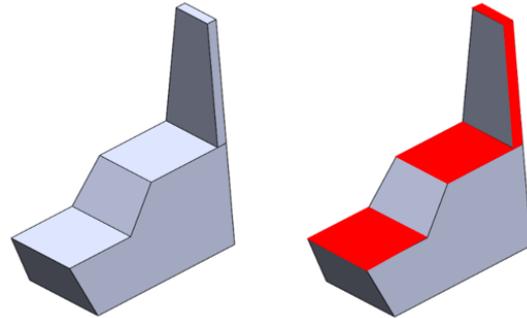


圖 11、優化設計空間:(a)等角視圖, (b)設備安裝保留區域

3. 多目標權重係數運算

3.1 熵權法簡介

熵權法, 也稱為香農熵法, 是一種多目標決策分析方法, 用於計算不同目標的權重。此方法基於資訊熵的定義, 將資訊熵應用於權重計算 [5]。

熵是由德國物理學家R.Clausius於1865年提出的熱力學概念，用於描述熱力學系統的無序或混亂程度，代表了能量的損失。在1948年，Shannon將熵引入了資訊理論，定義出資訊熵，以表示不同的指標或是準則在一個決策事件中所帶來的資訊量，當某準則的熵值越小，表示其權重越高。由於熵權法所計算出之權重是基於特定的數學計算方式所進行，不受決策者等主觀因素的影響，因此屬於客觀權重，以下將說明熵權法之計算過程。

3.2 熵權法計算過程

根據訊息理論，某項指標參數 x_{ij} 在一個決策事件中所帶來的資訊量 H ，其表示式如式(5)所示：

$$H(x_{ij}) = -\ln(x_{ij}) \quad (5)$$

基於式(5)的運算規則，建立出資訊熵的公式，如式(6)所示：

$$e_j = -\frac{1}{\ln(m)} \sum_{i=1}^m r_{ij} \ln(r_{ij}) \quad (6)$$

其中， e_j 為資訊熵， r_{ij} 為正歸化後之指標參數。以下介紹熵權法於本研究之計算步驟。

步驟1：由單目標優化結果建立出決策矩陣，以 $[x_{ij}]$ 表示，如式(7)所示：

$$[x_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (7)$$

步驟2：決策矩陣正規化運算。先將決策矩陣之各行進行加總，並將決策矩陣各行之值除以該行加總之值，

以 r_{ij} 表示正規化後之參數值，如式(8)所示：

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^m x_{ij}} \quad (8)$$

步驟3：計算資訊熵。將正規化後決策矩陣內之數值進行資訊熵的運算，如式(9)所示：

$$e_j = -h \sum_{i=1}^m r_{ij} \ln r_{ij} \quad (9)$$

其中， h 值對應式(6)之資訊熵公式，計算方式如式(10)

$$h = \frac{1}{\ln(m)} \quad (10)$$

其中， m 值表示在多目標決策中目標的總數量。舉例來說，在本研究中的目標分別為最小化結構應變能及最小化結構重量，為兩個目標，故 m 值為2。

步驟4：權重係數計算。利用計算出之資訊熵計算指標之離散性，並將各指標之離散性除以加總之離散性，即可計算出各目標之權重係數，計算方式如式(11)所示：

$$w_i = \frac{1 - e_j}{\sum_{i=1}^n (1 - e_j)} \quad (11)$$

研究結果

4. 單目標優化結果

此小節說明單目標優化結果。應變能最小化之材料分佈如圖12(a)所示，重量最小化之材料分佈如圖12(b)所示。分別進行船舶設計負載分析以及模態分析，並提取出結構應變能、第一模態之自然頻率以及重量之資訊進行比較。

單目標優化結果比較如圖13所示，藍色柱狀為應變能最小化參數、橘色柱狀為重量最小化參數、黑色虛線為優化設計空間之參數。由圖13可以得知，在相同的受力條件下，應變能最小化之應變能較低、重量較重且第一自然頻率較低；相反的，重量最小化之重量較低、應變能較高、重量較輕且第一自然頻率較低。利用單目標優化之參數進行後續多目標優化時，各個目標所需賦予之權重計算。



圖 12、單目標優化材料分佈:(a)應變能最小化, (b)重量最小化

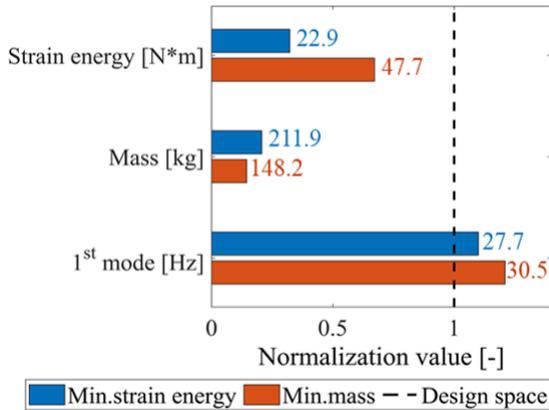


圖 13、單目標優化分析結果比較

5. 權重係數運算及多目標優化結果

5.1 權重係數運算結果

根據本文第四節之應變能最小化及重量最小化分析結果, 建立出本研究之決策矩陣, 如表 5 所示, 其中 obj1 為結構應變能最小化之數據, obj2 為結構重量最小化之數據, 分別提出總應變能及重量, 建立出一個二乘二的決策矩陣, 並根據 3.2 節說明之計算方式對本研究的目標進行權重係數運算。

表 5 多目標優化之決策矩陣

	應變能 [N*m]	重量 [kg]
Obj1	22.9	211.9
Obj2	47.7	148.2

由計算結果可知, 應變能最小化賦予之權重為 0.80, 重量最小化賦予之權重為 0.20。

5.2 多目標優化結果

目標優化結果之材料分佈如圖 14 所示, 對此優化結果之材料分佈進行船舶結構設計負載分析及模態分析, 並提取出應變能、重量及第一模態之自然頻率等資訊進行比較。圖 15 為多目標優化及單目標優化結果比較圖, 其中, 藍色柱狀為應變能最小化參數、橘色柱狀為重量最小化參數、黃色柱狀為多目標優化參數、黑色虛線為優化設計空間之參數。由圖 15 可以得知, 多目標優化之結果介於應變能最小化及重量最小化之間, 達到折衷之目的。



圖 14、多目標優化材料分佈

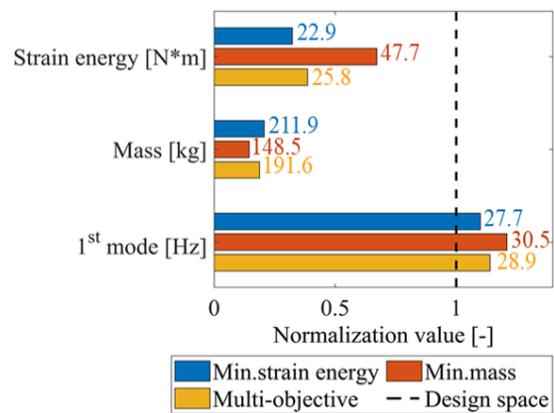


圖 15、多目標優化與單目標優化結果比較圖

5.3 不同賦權結果比較

為了驗證熵權法所賦予的權重是否合適, 進行不同的權重係數以進行比較, 其中, 驗證的多目標優化賦權分別為 Obj1:0.70-Obj2:0.30 及 Obj1:0.90-Obj2:0.10。

Obj1:0.70-Obj2:0.30 之多目標優化之材料分佈如圖 16(a) 所示, Obj1:0.90-Obj2:0.10 之多目標優化材料分佈如圖 16(b) 所示。

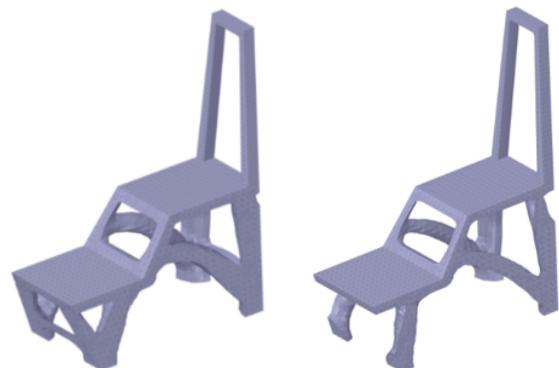


圖 16、其他賦權之材料分佈結果：
(a)Obj1:0.70-Obj2:0.30, (b)Obj1:0.90-Obj2:0.10

三個不同賦權結果之比較如圖 17 所示，其中具方形標籤之藍色實線為Obj1:0.90-Obj2:0.10之分析數據、具圓形標籤之紅色實線為Obj1:0.80-Obj2:0.20之分析數據、具菱形標籤之綠色實線為Obj1:0.70-Obj2:0.30之分析數據。比較方法以雷達圖呈現，在雷達圖中，數據點距離外圈越近，代表著相應參數的性能越優異，然而，本研究所探討的兩個參數，應變能以及重量是越小越佳，但雷達圖的呈現方式為越大即代表表現越好的特性。為了克服此矛盾，對應變能和重量的原始數據進行倒數運算，同時乘以一個比例常數，可更直觀地呈現出參數間的比較結果。在出圖時進行正規化的運算，將各組的參數除以該組參數之最大值，故雷達圖最外圈即為1。首先，由方形標籤之藍色實線與圓形標籤之紅色實線結果的比較可以觀察到，圓形標籤之結果在應變能的性能大幅提升，在自然頻率及重量的性能比較沒有太大的差異。由菱形標籤之綠色實線結果與圓形標籤之紅色實線結果的比較可以觀察到，圓形標籤之結果在應變能沒有犧牲太多的情況下，自然頻率及重量的性能比較佳。故由上述之比較判斷，本研究使用之熵權法所賦予之權重較為合適。

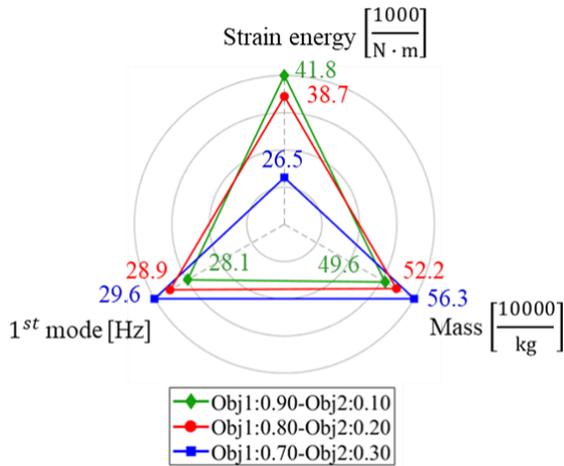


圖 17、不同賦權結果比較

6. 桅杆結構重建結果比較及結論

由於優化之材料分佈為實心之結構，在實際的船舶結構建造，不會使用實心材料進行建構，通常會使用鋁合金空心圓管進行桅杆結構建造，故藉由圖 14 多目標優化之結果之材料分布結構圖重建出桅杆結構，如圖 18 所示，並針對此重建之桅杆結構進行船舶設計負載分析及模態分析，提取出應變能、重量、及第一模態之自然頻率資訊，其結果如表 6 所示。應變能為43.2 N*m、重量為63.3 kg、第一模態為41.7 Hz。



圖 18、多目標優化桅杆結構重建之立體圖

表 6 優化桅杆結構分析結果

參數	應變能 [N*m]	重量 [kg]	第一模態 [Hz]
數值	43.2	63.3	41.7

將優化桅杆結構與原始桅杆結構進行比較，其比較如圖 19 所示，同樣地利用雷達圖之方式呈現比較情況，具方形標籤之藍色實線為原始桅杆結構之參數，具圓形標籤之紅色實線為優化桅杆結構之參數。由可得知，經本研究提出之設計框架下所設計出之桅杆結構性能較佳，在相同的船舶設計負載下，應變能較低，且重量較低，第一模態之自然頻率提升，達到優化之目的。

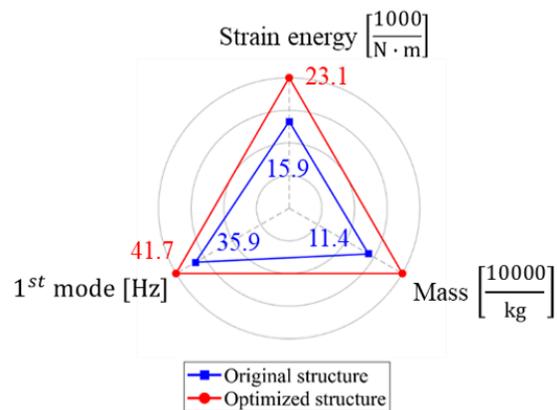


圖 19、原始桅杆結構與優化桅杆結構比較

原始桅杆結構與優化桅杆結構自然頻率比較如圖 20 所示，具圓形標籤之藍色實線為原始桅杆結構前四個模態對應之自然頻率，具方形標籤之橘色實線為優化桅杆結構前四個模態對應之自然頻率。從圖 20 可以明顯觀察到，優化後桅杆結構之自然頻率較原始結構提升。

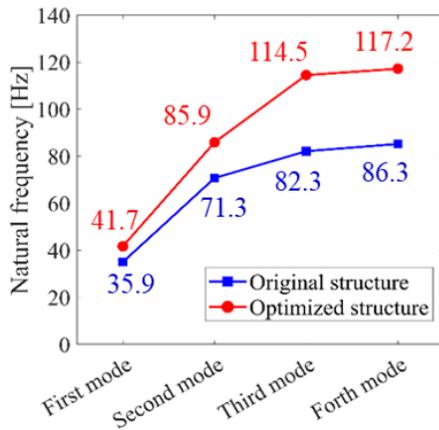


圖 20、原始桅杆結構與優化桅杆結構自然頻率比較

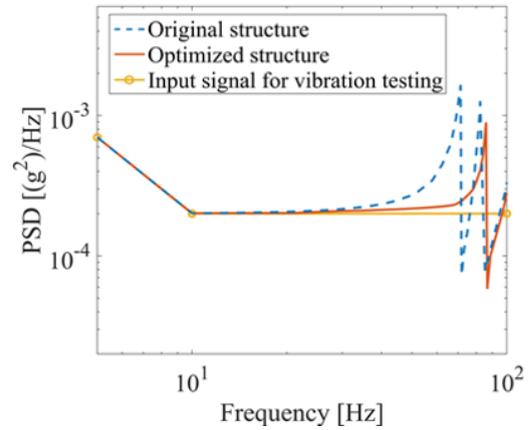


圖 22、原始桅杆結構與優化桅杆結構之Y方向功率譜密度比較

圖 21、圖 22及圖 23分別為原始桅杆結構與優化桅杆結構之X、Y及Z三方向功率譜密度比較，其中藍色虛線為原始桅杆結構之響應、橘色實線為優化桅杆結構之響應，黃色實線為輸入結構之響應。由圖 22及圖 23的比較可以觀察到，優化桅杆結構之攝影機安裝平台在X及Y方向響應較原始桅杆結構低，代表在相同的輸入訊號下，經過本研究提出之設計框架下所設計出的桅杆性能較為優良，能降低監控攝影機所接收到的振動訊號。

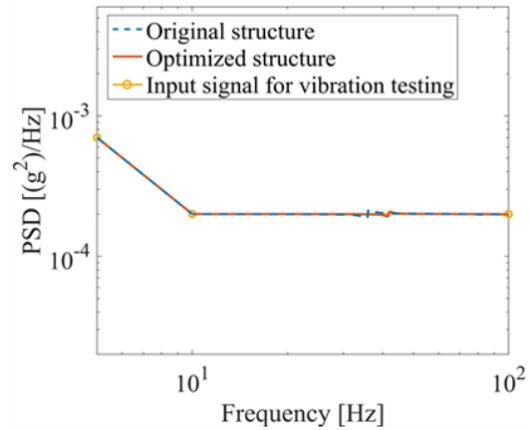


圖 23、原始桅杆結構與優化桅杆結構之Z方向功率譜密度比較

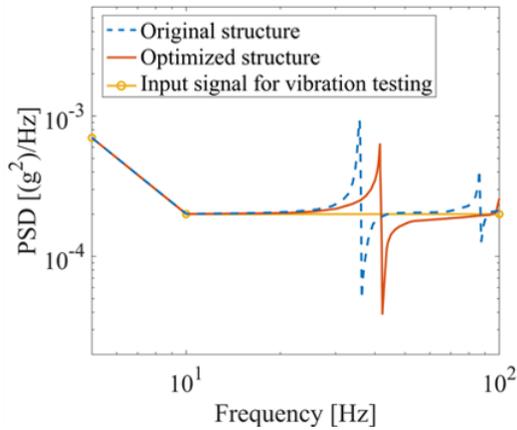


圖 21、原始桅杆結構與優化桅杆結構之X方向功率譜密度比較

參考文獻

1. "Det Norske Veritas rules and standards." <https://rules.dnv.com>, last accessed 2023/12/05
2. M. P. Bendsoe and O. Sigmund, *Topology optimization: theory, methods, and applications*. Springer Science & Business Media, 2013.
3. K. Liu and A. Tovar, "An efficient 3D topology optimization code written in Matlab," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 50, pp. 1175-1196, 2014.
4. P. Duysinx, M. Bruyneel, and C. Fleury, "Solution of topology optimization problems with sequential convex programming," in *Lecture présentée aux cours de troisième cycle" Advanced Topics in structural Optimizaion/Topology Design-Theory and Practice*, 2003.
5. R. Kumar *et al.*, "Revealing the benefits of entropy weights method for multi-objective optimization in machining operations: A critical review," *Journal of materials research and technology*, vol. 10, pp. 1471-1492, 2021.

MULTI-OBJECTIVE TOPOLOGY OPTIMIZATION ALGORITHM FOR STRUCTURAL OPTIMIZATION AND DESIGN - A CASE STUDY ON SHIP MASTS

Pin-Chieh Chen Wei-Chieh Chou* Hsin-Haou Huang**

*Department of Engineering Science and Ocean Engineering, National Taiwan University

Keywords: Ship mast, Structural vibration, Multi-objective optimization, Density method, Objective weight

ABSTRACT

This paper proposes to use multi-objective topology optimization combined with objective weighting method to design the ship mast structure to achieve the purpose of improving the stiffness of the mast structure, reducing the weight and reducing vibration signals. First, ship design load analysis, modal analysis and random vibration analysis were conducted on the original designed mast structure to establish comparison standards for the structure before and after optimization. Then, based on the design conditions such as the designable size range and the equipment that needs to be installed, the optimal design space of the mast structure is established, and the density method of topology optimization is used to optimize the design. In the single-objective optimization, strain energy minimization and weight minimization were considered respectively, and a decision matrix was established based on the analysis results of the single-objective optimization. The entropy weight method of the objective weighting method was used to calculate the weight coefficient of each single objective, and Perform multi-objective optimization. After completing the multi-objective optimization, the structure was reconstructed based on the optimized material distribution and compared with the original designed mast structure to evaluate the optimization effect.